

# Stimmung und Intonation bei Blechblasinstrumenten

**Mensuränderungen und deren Auswirkung bei Trompeten.**

## **Sideletter #3:**

**Perturbationen am closed-open Zylinder, Auswirkungen auf äquivalente Längen (Pitch) und Input Impedanz Magnituden - basierend auf ART (Acoustic Research Toolkit) Simulationen siehe daher auch Sideletter #4 Openwind und Sideletter #5!**

Projektstand per 9.09.2024, Revision 12

Die aktuellste Version dieses Dokuments finden Sie auf der Projektseite:

<http://www.preisl.at/brassissima/>

Begleitende Dokumentation zum Projekt / Thema.

Development, Work, Calculation and Copyright:



(="Brass Instrument Scanning System – Impedance Measurements & Analysis")



Hermann Preisl

Altwaidhofen 45  
3830 Waidhofen/Thaya, Austria

[brassissima@preisl.at](mailto:brassissima@preisl.at)

P.S.: Wer systematische Fehler, Schwachsinn oder falsche Behauptungen findet:

Bitte diese **nicht !!** behalten,  
sondern bitte um kurze Info an mich, das hilft mir sehr weiter, danke!

<b>Inhalt:</b>	<b>2-5</b>
Intro – Sideletter #3	6
Verwendete Abkürzungen und Synonyme	6
Äquivalente, zueinander invers proportionale Querschnittflächenänderungen	7
<b>Perturbationen und äquivalente Längen - Pitch:</b>	
<b>Teil 1: Äquivalente Längenänderungen / Resonanzfrequenzen:</b>	
Grundlegende Gedanken und Überblick zu Weighting $Wn(x)$ Kurven	8
Effekt – Beschreibung globale Pitchänderungen durch lokale Perturbationen	9
Einschränkungen bei Thesen, Modellen, Vorhersagen und Simulationen	9
Perturbation – Weight Curves $Wn(x)$ – Vereinfachte Formeln für einen Einstieg	10
Dr. Benade, open-open Zylinder, potentielle und kinetische Energiedichten	11
Basic Perturbation Theorie – mehrere Ansätze, (Dr. Smith siehe Anhang)	12
<b>HAL – Open Science – Änderung der Inharmonizität durch Perturbationen:</b>	
HAL open Science – closed-open Zylinder, Definition äquiv. Länge, Inharmonizität	13
HAL Version #1 mit äquiv. Längenänderung	
Original und abgeänderte Version	
$k(n)$ der $\Delta L(n)$ bei $x \rightarrow \Delta L(n) \rightarrow WL(n) = 2\pi / k(n)$	15
HAL Version #2, wenn eine Perturbation nicht mehr als klein angesehen werden kann	16
HAL Version #2, abgeänderte Version – Analyse der Formel	17
Zusammenhänge und Lösungswege über geometrische Mittelwerte und $q0^2$	19
Pitch Potential, wenn Querschnittflächen Differenzen gleich stark: $-X = +X$	19
Pitch Potential, wenn Querschnittflächen Diff. $X$ , zueinander invers proportional sind	20
Unterschiedliches Pitch Potential aufgrund konstanter Durchmesser Änderung	21
Perturbationslängen – Potential Anteil, max. bei Länge = $\frac{1}{4}$ Wellenlänge $\sin(\pi/2)=1,0$	22
Querschnittpotential $X=1,0$ bei doppelter Querschnittfläche, Durchmesser* Wurzel (2)	23
Durchmesser, Querschnittfläche, Potentialverschiebung und Pitchversatz down	24
XM-Pitchnode als Beispiel und akustische wirksame Mitte wenn $-X = +X$	25
Kürzen und Verlängern eines Rohres, Mode matching – Basics	26
Akustische Masse bzw. Feder anhand Volumenänderung	
Vergleich offener Rohrenden und Druckknoten	
Vergleich geschlossener Rohrenden und Druckbäuche	
Ergebnisse Zylinder aus Simulationen ART Teil 2C im Vergleich dazu	27
Ergebnisse Frustum aus Simulationen ART Teil 2C im Vergleich dazu	28
Abweichende Ergebnisse mit Trompete inkl. Mundstück, Mundrohr und Schallbecher	28
Diskussion, Globale und lokale Auswirkungen, Potential, Vergleich mit Simulationen	29
Pitch Potential mit Std. Perturbationslänge 20mm – Größenordnungen:	30
HAL / Pitch - Boresteps	31
Borestep/Impedanz Mismatch: lokaler Reflektionsfaktor $r$ , Transmission, prop. zu $q0^2$	32
Unterscheidung $r$ gegenüber RF, Absorption / Schallintensität	32
HAL / Pitch - Inharmonizität von Registern / Naturtönen	34
HAL / Pitch - Einengung am geschlossenen Ende (Konus)	37
HAL -Ausgangsbasis ist die „Admittance“, der komplexe „Scheinleitwert“ $Yc=S/\rho*c$	37
Komplexe Input Impedanz und komplexe Admittance gegenübergestellt	38

**Teil 2: Proportionalität und Vergleichbarkeit:**

Differenzen vs. direkte und inverse Proportionalität – was ist wann wo das Gegenteil?	40
Differenzen, Prozente und Faktoren / Quotienten = q	
Zueinander invers proportionale Größen, Kehrwerte und das geometrische Mittel	
Arithmetisches Mittel (Durchschnitt), Faktor $(q_0 + 1/q_0)/2$ größer als geom. Mittel	42
Harmonisches Mittel = Kehrwert des arithmetischen Mittelwerts	
Logarithmische Differenzen – Eine andere Sicht auf Proportionalität:	43
Logarithmus zur Basis 10	
Logarithmus zur Basis e	
Logarithmus zur Basis 2; Faktor = Basis $2^{\text{Exponent}}$ (=Log; Basis 2):	44
Die musikalische, logarithmische Differenz Einheit Cent = $\text{Log}(q_0;2) \cdot 1200$	44
Wellenlänge, Frequenz, Kreiswellenzahl, Proportionalitätskonstante c	45
Wellenlängen sind direkt proportional zu Querschnittänderungen an Druckbäuchen	
Gleiche Cent + / - Differenzen bedeuten invers proportionales Potential	46
Vergleich Änderung Hz, Cent, Frequenzfaktor	47
Fazit: Das max. Pitch Potential lokaler Perturbationen ist global $q_0^2$ stärker vertiefend	48
Vergleich Änderung Differenz Input Impedanz in Mohm vs. Magnituden-Faktor	48
Fazit: Input Impedanz Magnituden Potential ist generell invers proportional zu $q_0$	

**Teil 3: Perturbationen und Input Impedanz-Magnitudenänderungen Peaks:**

Übersicht - Perturbationen zentriert, global, lokal:	49
Lokale Perturbationen, Perturbations-Spiralen, Beispiel nicht inv. prop. Constrictions	51
Perturbations-Spiralen: x-Achse Pitch in Cent = logarithmisch, y-Achse = direkt prop.	52
Was Zin Magnituden-Nodes tatsächlich bedeuten	54
Peak Hüllkurven, globale und lokale Perturbationen, viskothermale Verluste	55
Magnituden-Potential – generelle Abhängigkeiten und Komponenten	56
1. Potential anhand Entfernung vom geschlossenen Ende	56
2. Potential (eine Sinusfunktion) anhand Perturbationslänge zu $1/4$ WL	57
Zentrierte Perturbationen $\sim 1/4$ WL	61
ART Simulation Zylinder, Perturbationslängen	
3. Potential anhand Querschnitt-Faktor $q_0^2$ :	
Magnituden-Potential durch Querschnittflächenänderung	63
4. Potential Korrektur anhand der Perturbation selbst (bei Zentrum 50% RL)	
+ / - Notwendige Korrektur Mode #1 $X_{he}/2$ bzw. $X_{hc}/2$	65
+ / - Notwendige Korrektur Mode odd/even Modes $> \#1$	
Enlargements: $X_{he}/2$ , Constrictions „best fit“ = $X_c/2$	65
Gründe findet man im Verhalten höherer Modes bei Boresize Change	66
Zentrierte Perturbationen mit Perturbationslänge = $1/4$ WL	66

Zusammenfassung closed-open Zylinder – Boresteps & Perturbationen, Pitch und Magnitudenänderungen, bisher 68

Input Impedanz Magnituden  
 zentr. Perturbation  $PL=RL$  entspricht abgeänderter Borestep 69  
 zentr. Perturbation  $PL=1/4 WL$  69  
 zentr. Perturbation  $PL<1/4 WL$  70  
 zentr. Perturbation  $PL>1/4 WL$  70  
 Canceling nicht bei Perturbationslängen-Verdoppelung! 71  
 Das max. mögliche Magn. Potential liegt invers bei  $\sim q_0^3$  71

#### Teil 4: Die letzte 1/4 Wellenlänge im closed-open Zylinder

##### (QWR = Quarter Wavelength Resonator = closed-open Zylinder, Mode #1):

Auswirkungen lokaler Perturbationen: 75  
 Lokale, lange Perturbationen vs. Boresteps, Effekte sind  $90^\circ$  bzw.  $1/8 WL$  versetzt 76  
 Auswirkungen zentrierter Perturbationen Volumen bei Enlargement: 77  
 Auswirkungen zentrierter Perturbationen Volumen bei Constriction = invers: 77  
 $\sqrt{2} = 1,4142 - 1 = \text{Differenz } X = 0,4142 \quad 1-X = 1-0,4142 = 0,5858 = 2-\sqrt{2}$  mit  $Pot = 1/q_0 = 1,0$  80  
 Boresteps vs. zentrierte Perturbationen – Volumen: 81  
 Helmholtz Resonator vs. closed-open Zylinder (QWR), Feder/Masse - Modell: 82  
 Gemeinsamkeiten 83

##### Die letzte 1/4 Wellenlänge und davor im closed-open Zylinder, höhere Modes:

Auswirkungen zentrierter Perturbationen auf höhere Modes 84  
 Lokale Perturbationen, Lage von Magnituden-Nodes: 86  
 letzter vorgezogener Magnitudenode bei 35% Druckpotential 86  
 Lokale Perturbationen nicht zentriert, letzte 1/4 WL, Verhalten höherer Modes 87  
 Das Positionspotential verschleiert starke Effekte am offenen Rohrende, Experiment

#### Teil 5: Boresteps und deren Auswirkungen im Detail

Sprunghafte Rohr-Querschnittserweiterung = positiver Step 90  
 Sprunghafte Rohr-Querschnitteinengung = negativer Step 92

Zusammenhänge zwischen Boresteps und zentrierten Perturbationslängen gegenüber lokalen Perturbationen  $<1/4 WL$  am Beispiel Mode #2 95  
 Daraus Schätzung von  $Z_{in}$  Magnitude durch lokale Perturbationen, letzte 1/4WL Länge 96

#### Teil 6: Input Magnituden Potential lokaler Perturbationen, Hüllkurven:

Input Impedanz Magnituden Potential, lokale Perturbationen, beliebige Position 97  
 Magnituden Änderungen bei nicht inversem Potential, Enlargements 98  
 Magnituden Änderungen bei inversem Potential, Enlargements 99  
 Unperturbierete Restlänge und Potential - Zusammenhänge 99  
 Korrektur der Perturbationsstelle ebenfalls vom Positionspot. abhängig 104  
 Berechnung des Magnitudenpotentials  $Z_{in}$ , mit Perturbationscenter  $=x$ , Enlargements 106  
 Berechnung des Magnitudenpotentials  $Z_{in}$ , mit Perturbationscenter  $=x$ , Constrictions 107

**Teil 7: Querschnitt-Potential Zylinder - Concept IQ:**

Pitch:

-Xc invers proportional zu +Xe, Flächen zueinander invers proportional 110  
Pitch Potential UP ( $q_0^2$  schwächer) als DN

-Xc = +Xe, HAL#2 Ergebnisse, gleiche Flächenänderung  
gleiches Pitch Potential nur an Druckbäuchen, dafür UP/DN an DB gleich

gleiche Durchmesseränderung, gibt komplexe „intermediate“ Ergebnisse

Magnituden:  $X / q_0$ 

-Xc invers proportional zu +Xe, Flächen zueinander invers proportional 111  
gibt vergleichbares Potential, eine Einengung muß schwächer,  
eine Aufweitung zur Einengung invers prop. stärker ausfallen

Zusammenfassung closed-open Zylinder – Querschnittpotential 112  
Lösung für alle 3 Querschnitt-Szenarien

Concept IQ = Reduktion auf  $q$  = Durchmesser invers proportional zueinander 113

Concept IQ - Beispiele mit gängigen Boresize Größen hohes Blech und  
vollständig vorhandene Simulationen Zylinder, sowie **extreme Beispiele:**

Boresize 10mm -Xc invers prop. zu X (11:9,09) 114

Boresize 11mm -Xc invers prop. zu X (12:10,08) 115

Boresize 10mm +/- Durchmesser 1,0 mm (10,0 %) 116

Boresize 11mm +/- Durchmesser 1,0 mm ( 9,09%) 117

Boresize 11,7mm +/- Durchmesser 1,0 mm ( 8,55%) 118

**Boresize 10mm -Xc = +Xe, selbe Flächenänderungen (11:8,888) 119**

**Boresize 10mm -Xc invers prop. doppelt/halbe Fläche (1,41:0,707) 120**

**Boresize 10mm -Xc invers prop. doppelt/halber Durchmesser (2:0,5) 121**

**Teil 8: Änderungspotential lokaler Perturbationen gezielt kontrollieren:**

Magnitudenpotential steuern und kontrollieren 122

Pitch-Potential steuern und kontrollieren 125

Zusammenfassung berechnete Perturbationen am closed-open Zylinder 126

**Anhang:**

Systematic approach to the correction of intonation in wind instruments,  
© Dr. Richard Smith, in Nature 1976 127

Weiter gehende Fragen:

**Ungelöst:** Differenzen physikalischer Experimente gegenüber Simulationen 130  
und dieser Berechnungen - am Beispiel Trompete / Projektteil #7

Was ist lokal nach einem Druckbauch anders als vor einem Druckbauch, global? 132

Immer wo viel Pitch Pot. wirksam wird, da ist wenig Magn. Pot. und vs. 134

Änderung Phasenwinkelversatz von Druck zu Fluss am geschlossenen Ende 135

## Intro - Sideletter #3 – Perturbationen an zylindrischen Rohren

**Achtung: Mittlerweile habe ich ein weiteres Simulationsprogramm „Open Wind“ getestet, dieses liefert teilweise andere Ergebnisse, speziell bei tiefen Modes und dem Verhalten innerhalb der letzten ¼ WL im Rohr, siehe Sideletter #4 Openwind, sowie Messungen vs Simulationen, Sideletter 5!**

Aus einer am Beginn speziell auf Blechblasinstrumente fokussierten Arbeit hat sich das Brassissima Projekt aus unterschiedlichen Gründen und gegebener Notwendigkeiten immer mehr auch zu einer fundamentalen Aufarbeitung akustischer Grundlagen von Resonatoren generell gewandelt.

Nach dem Motto die interessanten Dinge zuerst habe ich im Lauf der Jahre, die das Projekt nun schon in Anspruch nimmt immer wieder einen Schritt rückwärts rudern müssen, um an Lösungen bei auftretender Schwierigkeiten und Problemen zu gelangen und um Wissenslücken zu füllen.

Hätte ich am Beginn nur erahnt auf welch komplexe Materie und wie viel Arbeit ich mich da in Summe einlasse, wäre das Projekt nicht entstanden. Ich habe mir aber das Ziel gesetzt, es mit einem Status abzuschließen, wo die Allgemeinheit (und ich) einen Nutzen – dann aus den wirklich interessanten Dingen und neuen Entwicklungen ziehen kann oder andere darauf aufbauen können. Leider ist zum Erreichen dieser Ziele sehr viel und schwer verdaulicher Stoff notwendig.

Nach Sideletter #1 und #2 während der Corona Pandemie ist dieser Teil 2022-2023 in der schwierigen Zeit der Ukraine- und Energiekrise entstanden. Es ist eine komplette Neuaufarbeitung fundamentaler akustischer Eigenschaften von zylindrischen Rohren und dem Potential von lokalen Boresize- und Querschnittänderungen in Bezug auf Resonanzfrequenzen sowie geänderter Input- Impedanzmagnituden  $|Z|_{in}$  von zylindrischen Rohren. (Globale Änderungen siehe Sideletter #2). Speziell zum Thema Input Impedanzen habe ich bisher kein veröffentlichtes Material gefunden. Viele Simulationen anhand Kettenmatrix-Methode habe ich dafür ausgewertet und „re-engineered“.

Da es in der Natur, Physik und Technik aber sehr oft Analogien gibt, lassen sich einige meiner neuen Erkenntnisse möglicherweise auch in anderen Bereichen sinnvoll verwerten und nutzen. Daß man mit so einem Rohr (bzw. einem „ähnlichen“) auch zum Beispiel bereits seit langer Zeit die Leistung eines 2-Takt Motors bei richtiger Dimensionierung steigert, da bin ich eher zufällig darüber gestolpert (siehe Resonanzauspuff). Impedanz und Rohre haben also nicht nur mit Akustik und Musik zu tun, sondern lassen sich auch auf ganz andere Bereiche anwenden.

Es haben sich durch Hartnäckigkeit nun viele wesentliche Erkenntnisse, neue Entdeckungen und wegweisende Zusammenhänge gefunden. Bei einem Teil meiner bisherigen Arbeiten lassen sich Ergebnisse und Aussagen oder offene Probleme und Fragen jetzt auch in einem neuen Licht bzw. aus einem zusätzlichen Blickwinkel betrachten. Die bereits vorher abgeschlossenen Teile sind zwar nicht „falsch“, aber ich werde diese überarbeiten, bzw. auf die entsprechend passende Sideletter für weitergehende Informationen, den Grund und Ursachen für Differenzen verweisen.

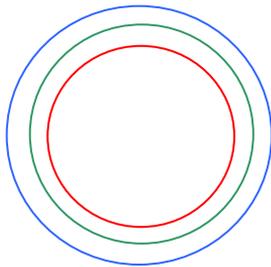
Auch diese Sideletter ist daher kein kompletter Überblick, es sollte als Referenz und als Ergänzung der anderen Teile meiner Projektarbeit verwendet werden.

Hätte man mich vor 30 Jahren jemand gefragt wie interessant ein einseitig geschlossenes zylindrisches Rohr für mich als Trompeter ist, hätte ich vermutlich gesagt, es ist uninteressant, da beinahe unbrauchbar (für musikalische Zwecke), höchstens für eine Panflöte oder als Orgelpfeife – und Röhrenglocken fallen mir gerade auch noch ein. Mit beidseitig offenen oder geschlossenen Zylindern wird es auch nicht viel besser, solange da keine Löcher oder ähnliches noch mit dazugepackt sind. Man muß aber die Eigenarten dieser „Ur-Waveguides“ vollständig verstehen um weitere Aussagen richtig treffen zu können und die musikalische Forschung weiter voranzutreiben!

### Verwendete Abkürzungen:

e steht folgend für Enlargement = Aufweitung	c für Constriction = Einengung,	X=Differenz
up = aufwärts, Zunahme	Pot.=Potential	dn = down, abwärts, Reduktion
odd = ungerade	even = gerade	# = Resonanz-Mode Nr. bzw. NT = Naturton
PL = Perturbationslänge	RL = Rohrlänge	WL = Wellenlänge $\lambda$
Pitch=Tonhöhe(änderung)	q0=Verhältnissfaktor	q1=Verhältnissfaktor Wave Impedanz
		g=geometrisches Mittel

Äquivalente, zueinander invers proportionale Querschnittflächenänderungen:



Grün: Unperturbiert = Bore size, Blau = Enlargement, Rot = Constriction; Kreisfläche =  $\pi \cdot (r^2)$ .  
**Da Pi lediglich ein Skalierungsfaktor ist, können wir Pi bei der Betrachtung ausklammern.**

Sei der unperturbierter Durchmesser	10mm	$r^2 = 5 \cdot 5 = 25,0 \cdot \pi$
Sei eine Aufweitung +10%	+1mm=11mm	$r^2 = 5,5 \cdot 5,5 = 30,25 \cdot \pi = + 5,25 \cdot \pi$
Sei eine Constriction -10%	-1mm = 9mm	$r^2 = 4,5 \cdot 4,5 = 20,25 \cdot \pi = - 4,75 \cdot \pi$

Soll die Einengung die selbe Flächendifferenz  $-5,25 \cdot \pi$  haben, muss sie kleiner sein.  
 Wurzel aus 19,75 = Radius 4,441 \* 2 = 8,888 mm Durchmesser.  $0-X = 0+X$

Betrachtet man das Verhältnis Durchmesser 11/10	= 1,1 = $q_0$	$9/10 = 0,9$
bzw. das Verhältnis der Querschnittfläche 30,25/25	= 1,21 = $q_0^2$	$20,25/25 = 0,81$

Nimmt man hingegen das Inverse von $q_0$	= $1/q_0$	1/1,1	= 0,9091
bzw. von $q_0^2$	= $1/q_0^2$	1/1,21	= 0,8264
gibt 9,0909 mm Durchmesser			

ist die gesuchte Potential-Proportionalität gefunden. 1,0 ist die geom. Mitte von 0,5 und 2.

Damit ist die **unperturbierte Bore size** exakt als **geometrisches Mittel 1,0** definiert, mit  $\sqrt{(\text{Enlargement} \cdot \text{Constriction})} = \text{Bore size}$ . Da  $q_0^2$  Faktoren sind und  $q_0^2$  unperturbiert immer 1,0 ergibt kann die Wurzel (hier) schon wieder weggelassen werden.

Es folgt: Querschnitt (Radius oder Dia):	Enlargement / $q_0$ = unperturbiert / $q_0$ = Constriction
Querschnittfläche	Enlargement / $q_0^2$ = unperturbiert / $q_0^2$ = Constriction

bzw. unperturbiert \*  $q_0^2$  = Enlargement ist invers proportional zu unperturbiert /  $q_0^2$  = Constriction

Enlargement/Constriction= $q_0^4$ als Flächenfaktor,	Geometrie = $\sqrt{q_0^4} = 1,0$
Enlargement/Constriction= $q_0^2$ als Längenfaktor.	Geometrie = $\sqrt{q_0^2} = 1,0$

Wiederum daraus folgt, daß eine Einengung für gleiches inverses Magnituden Potential geringer ausfallen muss, bzw. eine Aufweitung dann hingegen invers proportional stärker zur Einengung.

keine Flächendifferenz X:	X=0	keine Durchmesser Diff.	10,00mm
Aufweitung um 10% Querschnitt $q_0=1,1$	= +X 0,21	Durchmesser =	11,00mm
gleiche Flächendifferenz:	-X 0,21 == +X 0,21	Constriction stärker	8,88mm
gleiche Durchmesserdiff:	-X 0,19 < +X 0,21		9,00mm
invers proportional $1/q_0^2=q_0^{-2}$	-X 0,1736 << +X 0,21	Constriction geringer	9,09mm

Nimmt man anstelle der Aufweitung als Grundlage und fixe Größe die Einengung  $1/q_0 = q_0^{-1}$ , im obigen Fall  $1/q_0 = 0,9 \cdot 10\text{mm unperturbiert} = 9\text{mm}$   
 so wäre die äquivalente invers proportionale Erweiterung dazu  $q_0 = 1,111 \cdot 10\text{mm} = 11,111\text{mm}$ .  
 Bei 11,0 mm unperturbiert  $1/q_0=10\text{mm}$  gibt eine inv. prop. Aufweitung  $q_0=1,1$  und Dia=12,1mm.

## Grundlegende Gedanken – zu $W_n(x)$ –Curves:

Perturbationen sind gezielte kleine Änderungen des Rohrquerschnittes oder Position und Dimensionen von Tonlöchern (bei Holzblasinstrumenten). Die einfachste Geometrie die man dabei beobachten kann sind Zylinder und (ev. kleine) lokale Änderungen (Perturbationen) daran.

Wir betrachten hier normalerweise die Situation in einem closed-open Zylinder; wobei die Gesetzmäßigkeiten in einem beidseitig offenen Zylinder in dieser Hinsicht aber gleich sind.

Der Begriff W-Curve wurde größtenteils durch Dr. Arthur Benade geprägt; in der Literatur taucht er meist in Verbindung mit Holzblasinstrumenten auf (Flöte, Klarinette, etc.), auch in Verbindung mit Registerlöchern, Tonloch-Positionen und -Größen.

W-Curves sind Kurven (Vorhersagen) eines Änderungspotentials der resultierenden globalen Resonanzfrequenz eines Modes. Warum ich das so „geschwollen“ schreibe hat den Grund, daß man sich vor Augen führen muß, wie und wo die maximale Resonanz zustande kommt oder noch besser gesagt – wie und wo wir diese überhaupt definieren:

Die maximale „globale“ Resonanzwirkung ist bei jener Frequenz, wo sich für einen bestimmten Mode der schwingenden Luftsäule die Magnitude der Eingangsimpedanz als Maximalwert ergibt.

Nulldurchgänge (Nodes) in solchen W-Curves repräsentieren „Pitch-Nodes“, was bedeutet, an solchen Stellen werden kleine lokale Querschnittänderungen für den betreffenden Node keine Auswirkungen in der Resonanzfrequenz haben (aber in ihrer max. möglichen Magnitude). In der Literatur findet man kaum etwas über Magnituden, ich habe diese aber mit aufgenommen, da sie einen ganz wesentlichen Teil am Gesamtsystem bilden und zur eigentlichen Resonanzfreq. führen.

W-Curves oszillieren mit einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge, ändern ihren Zustand also immer doppelt so rasch wie die Druckkurven der Resonanzfrequenzen. Druck- und Pitch-Weight Kurven beginnen mit einer Cosinusfunktion am geschlossenen Ende, Magnituden-Potentialkurven sind gegenüber Pitch Weight W-Kurven um  $\sim 90^\circ = \frac{1}{2} \text{ Pi}$  später versetzt (beginnen mit einer Sinuskurve).

Man kann das aber auch auf folgende Art ausdrücken: Pitch-Nodes ergeben sind an Positionen, wo eine Änderung des Querschnittes keine globale Änderung der äquivalenten Länge des Rohres (bei dieser Frequenz und daran gekoppelt der globalen Wellenlänge) hervorruft.

Allgemein bekannt ist, daß eine Einengung an  $\sim$  einem Druckbauch einer stehenden Welle die daraus global resultierende Resonanzfrequenz anhebt  $\rightarrow$  die äquivalente Rohrlänge sinkt, bzw. das Rohr scheint bei dieser (rund um diese) Frequenz global „akustisch kürzer“ zu sein (werden) als es tatsächlich bzw. bei anderen Frequenzen der Fall ist.

Eine Aufweitung an einem Druckbauch bewirkt das Gegenteil – die global resultierende Frequenz mit maximaler Resonanzwirkung sinkt, die äquivalente Rohrlänge steigt, das Rohr scheint nun bei diesem Mode der stehenden Welle global „akustisch länger zu sein“ als es tatsächlich ist.

Betrachtet man die W-Curves, stellt man rasch fest, daß sich dieses Verhalten jeweils  $\sim$  nach einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge ändert, und man kann sagen, an Druckknoten die hier liegen ändert sich das Verhalten wiederum **grundsätzlich** vorerst spiegelbildlich. Dazwischen „zentriert“ sind die Pitch-Nodes, also Durchgänge ohne Änderung der Resonanzfrequenz bzw. akustisch wirksamen Länge.

Lokale Perturbation:	Druckbauch:	Magnitude:
Constriction / Einengung	Resonanzfrequ. höher,	equiv. Länge kürzer
Enlargement/Erweiterung	Resonanzfrequ. tiefer,	equiv. Länge länger
1/8 WL zwischen Druckbauch/Knoten: $W=0 = \text{Pitch-Nodes}$ ,		kaum Änderung kaum Änderung max. Änderungen

Lokale Perturbation:	Druckknoten:	
Constriction / Einengung	Resonanzfrequ. tiefer,	equiv. Länge länger
Enlargement/Erweiterung	Resonanzfrequ. höher,	equiv. Länge kürzer
		kaum Änderung kaum Änderung

### Lokale Änderungen haben daraus resultierend globale Auswirkungen:

Warum ich in den vorigen Sätzen immer „global“ vorangesetzt habe hat den Grund, daß die lokalen Änderungen an (um) die perturbierte Stelle bezogen auf Frequenz, „Pitch“ und somit Wellenlängen lokal immer einen gegenteiligen Effekt zugunster der globalen Änderung haben.

Wird z.B. durch eine Einengung an einem Druckbauch die globale Frequenz höher = die globale Wellenlänge kürzer, so aber aus dem Grund, daß der einzelne perturbierte Druckbauch lokal breiter = länger wird und so den restlichen Druckbäuchen bei dieser Frequenz weniger Platz = Länge zur Verfügung steht. Bei Magnituden hingegen ergibt sich ein „Staumauer“ Effekt. Darüber habe ich in meinen anderen Teilen der Arbeit bereits zahlreiche Beispiele und Versuche angestellt. Impedanz Magnituden Änderungen  $|Z|$  in müssen daher komplett anders betrachtet werden, diese sind das Ergebnis am geschlossenen Ende (und nicht global;)

### Einschränkungen von physikalischen Gesetzen, Thesen, Modellen und Vorhersagen:

Wie so vieles in Theorie und Physik haben die gezeigten Modelle und Rechnungen immer auch rasch Grenzen. Ein Rohr sei daher im Vergleich zur Wellenlänge vor allem im Durchmesser wesentlich kleiner, Endkorrekturen an offenen Rohrenden, Verluste durch Radiation, Wandreibung, Temperaturunterschiede und vieles mehr sind nicht berücksichtigt. Das Rohr ist nicht undicht, nicht elastisch (schwingt nicht mit), der Widerstand der Luft gegenüber Schallausbreitung = akustische Feldimpedanz am offenen Ende ist sehr klein, am geschlossenen Ende vollkommen schalldicht verschlossen und vieles mehr.

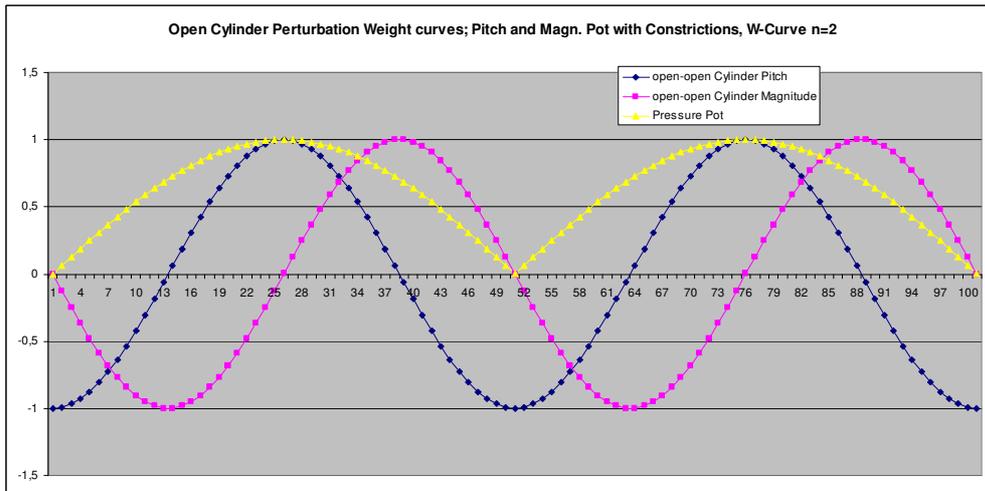
Auch die involvierten möglichen Druckamplituden und Flußmengen seien überschaubar, detto Frequenzen „gering“; es werden daher nur eindimensionelle Wellenfronten ebener Wellen = Mode 0 betrachtet, das Rohr ist geometrisch tatsächlich ein reiner Zylinder und vieles mehr sollen uns aber nicht davon aufhalten, die Sache grundlegend aufzuarbeiten um so die Grundideen zu verstehen.

Wichtig ist auch noch zu betonen, daß die lokalen Perturbationen = Querschnittänderungen vergleichsweise klein bleiben müssen, ansonsten passen die Rahmenbedingungen und Modellgrenzen bei weitem nicht mehr; [siehe dazu Sideletter #2](#), hier wurden Bore-size-Änderungen beim closed-open Zylinder (QWR = Quarter Wavelength Resonator) und die dabei beobachteten globalen Effekte behandelt.

*Mit einer einzelnen lokalen Perturbation wird das Gesamtrrohr in 2 Sub-Domänen geteilt, wo jede auf die andere anhand physikalischer Kräfte einwirkt /entgegenwirkt. Verbunden sind diese beiden Domänen durch einem Rohrschnitt „Tunnel“ = lokale Perturbation, der enger oder weiter ist. Die Perturbation selbst kann die gefundenen Zin Magnitudeneffekte **nicht hervorrufen**. Es sind die Effekte, der beiden Rohrteile die zueinander unterschiedlich darauf interagieren (+/- eine kleine Korrektur durch die Perturbation selbst).*

*Machen wir ein Rohr Bore-size  $1 * q_0$  weiter, so hat der Grundmode eine  $1/q_0$  geringere Magnitude Zin. Durch Reibung und Endkorrektoreffekte an offenen Enden ist das nicht linear, man kann daher nur einen eingeschränkten relativ kleinen Veränderungsraum beschreiben, hier vergleichsweise enge und lange Rohre. Höhere Resonanzmodes folgen diesem Prinzip, sie reagieren aber bereits systematisch stärker darauf.*

**Perturbation – Weight Curves  $W_n(x)$  – Vereinfachte Formeln für einen Einstieg:**



$W_n$  bei Position  $(x)=0$  soll Node bedeuten, dh. Pitch Node, Magnitude Node, Pressure Node... (Enlargements wirken auf Pitch- und Magnitudenpotential umgekehrt = Vorzeichentausch)

**Open-open Zylinder:** Länge = 1,0 m mit Speed = 343m/sek

1. Mode Freq.  $f = n \cdot \text{Speed} / 2 \cdot \text{Länge} = 171,5 \text{ Hz}$

$k = 2 \pi f / c \quad k(n1) = 3,14159 \rightarrow k(n) = n \cdot \pi$

Kreiswellenzahl  $k$  der Resonanz-Moden sind jeweils  $n$ -Vielfache von  $\pi =$  od.  $\frac{1}{2}$  WL oder GT d.h. wie viele  $\frac{1}{2}$  Wellenlängen passen in das Rohr ( $n=1,2,3,4,5,6\dots$ )

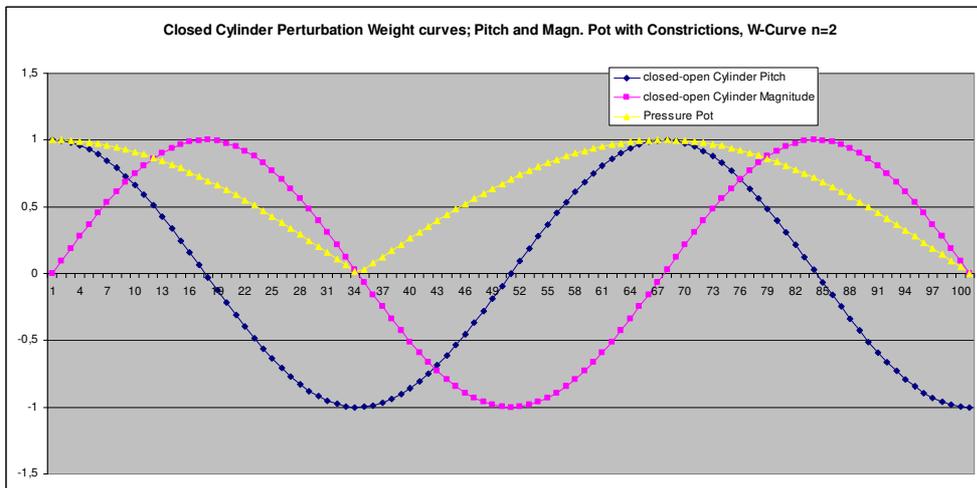
$\pi/1 = \frac{1}{2}$  Wellenlänge = Rohrlänge = Freq. Faktor zu GT  $n=1$

$x =$  Abstand Perturbationszentrum zu einem offenen Ende / Rohrlänge in m  $W_n(x) =$

Pressure-Verlauf: open End=Pressure Nodes  $\text{abs} [\sin (kn \cdot x)]$

Weighting Curve Pitch-Pot (Constriction):  $-\cos (2 \cdot kn \cdot x)$

Magnitude-Pot: (Constriction):  $-\sin (2 \cdot kn \cdot x)$



**Closed-open Pipe:** Länge = 1,0m mit Speed = 343m/sek

1. Mode Freq  $f = (2n-1) \cdot \text{Speed} / 4 \cdot \text{Länge} = 85,75 \text{ Hz}$

$k = 2 \pi f / c \quad k(n1) = 1,57079 = \pi/2$

$x =$  Abstand Perturbationszentrum vom geschlossenen Rohrende / Rohrlänge in m

Kreiswellenzahl  $k$  der Resonanz-Moden sind jeweils  $(n2-1)$  Vielfache von  $\pi/2$  od.  $\frac{1}{4}$  WL od. GT d.h. wie viele  $\frac{1}{4}$  Wellenlängen passen in das Rohr (1,3,5,7,9,11..)

$\pi/2 = \frac{1}{4}$  Wellenlänge = Rohrlänge = Freq. Faktor zu GT  $n=1$

$W_n(x) =$  Pressure-Verlauf: open End=Pressure Node  $\text{abs} [\cos (k \cdot (2n-1) \cdot x)]$

Weighting Curve Pitch-Potential (Constrictions):  $\cos (2 \cdot k \cdot (2n-1) \cdot x)$

Magnitude-Pot: (Constrictions):  $\sin (2 \cdot k \cdot (2n-1) \cdot x)$

## Perturbation Weight Functions – © Dr. Benade:

$kn$  = kinetische Energiedichte = Fluß/Bewegung  
 $un$  = potentielle Energiedichte = Druck

### ABSTRACT

To guide adjustment of woodwind playing properties, it is useful to know the modal frequency shifts  $(\Delta f/F)_n$  produced by bore cross section perturbations  $S_p(x)$  in an air column of length  $L$  whose unperturbed cross section is  $S_0(x)$ . Modal perturbation weight functions  $W_n(x)$  are defined from first principles via  $(\Delta f/F)_n = \int_0^L W_n S_p dx = \int_0^L [Kn - Un] S_p dx / \int_0^L [Kn + Un] S_0 dx$ . Here  $K_n(x)$  and  $U_n(x)$  are the kinetic and potential energy densities of the  $n$ th standing wave. We have measured the set of  $W_n$ 's for each of several representative fingerings on modern Boehm and Oehler system clarinets plus an early 19th century 6-key instrument. Experiments using a movable perturbing volume for frequency shift measurements in a self-oscillating feedback system agree with calculations based on probe microphone measurements of the standing wave. Both are consistent with basic theory when this takes account of small tapers, open and closed tone hole effects, and/or changes due to forked fingerings. Tone hole lattice phenomena are strongly present for frequencies above  $\frac{1}{2} f_{\text{cutoff}}$ . In general the clarinets behave similarly; but they differ significantly from cylindrical pipe systems for which  $W_n(x) = -\cos(2k_n x)/S_0 L$ . [Work supported by NSF.]

$S \cdot L$  = Volumen in  $m^3$ , die genannte Formel unten ist für eine **open-open** Geometrie:

Weighting Curve Pitch-Pot (Constriction):  **$-\cos(2 \cdot kn \cdot x)$**

$\frac{1}{2} \cdot mv^2$  ist die Beschreibung von kinetischer Energie in einem in sich geschlossenen System. Eine potentielle Energie, z.B. anhand Federkraft lässt sich mit  $\frac{1}{2} \cdot -kx^2$  beschreiben.

Ein zylindrisches Rohr mit konstantem Querschnitt liefert angelehnt an diese Beziehungen eine „Begrenzung“ und die charakt. Impedanz ein mittleres Potential, auch wenn (obwohl) von aussen Energie zu- als auch abgeführt wird.

**Basic Perturbation - Theorie**

Frequenzänderungen, (Text Book - Versionen)

Die Änderung einer Resonanzfrequenz  $\omega$  als Effekt einer kleinen Querschnittänderung  $\Delta S$  im Bereich  $S(x)$  kann beschrieben werden als: (© Fletcher & Rossing)

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = -\frac{1}{2} \left( \frac{c_0}{\omega_n} \right) \int_0^L \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Delta S(x)}{S(x)} \right) p_n \frac{\partial p_n}{\partial x} dx \right] / \times \int_0^L [S(x) p_n^2 dx]$$

Eine alternative, äquivalente Abbildung nutzt Rayleigh's harmonisches Balance Argument und bildet Peak kinetische Energie gegen Peak potentielle Energie ab (© Dr. Benade). Die gespeicherten Energieformen in einem Resonanzmodus können als

$$\frac{1}{2} \rho \omega_n^2 \xi_n^2 = \text{kinetische Energiedichte} = K_n(x) \text{ mit } \rho = \text{Dichte des Mediums Luft, und}$$

$$\frac{1}{2} \gamma P_0 (\partial \xi_n / \partial x)^2 = \text{potentielle Energiedichte} = U_n(x) \text{ mit } P = \text{Druck betrachtet werden.}$$

Die Auslenkung in einem Zylinder, der einseitig geschlossen ist  $\xi_n \approx \sin(n\pi x/L) \cos(\omega_n t)$  und  $n = (2n-1)$ , also ungeradzahlige Vielfache Ganzzahlige (Integer).

Die geänderte Frequenz <sup>2</sup> entspricht anhand geänderter Querschnittflächen

$$\omega_n'^2 \int_0^L \rho [S + \Delta S(x)] \sin^2(kx) dx = \gamma P_0 k_n^2 \int_0^L [S + \Delta S(x)] \cos^2(kx) dx$$

Das kann umgeschrieben werden als Änderungsfaktor

Benade:  $(\Delta f/f)_n = \int_0^L [K_n - U_n] S_p dx / \int_0^L [K_n + U_n] S_0 dx$

(hier fehlen Dichte  $\rho$  und Druck  $P$  bereits):

$$\frac{\omega_n'^2}{\omega_n^2} = \int_0^L [S + \Delta S(x)] \cos^2(kx) dx / \times \int_0^L [S + \Delta S(x)] \sin^2(kx) dx$$

Solange bzw. da angenommen wird, daß die Perturbationen „klein“ sind, ergibt sich:

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\Delta S(x)}{S} (\cos^2 kx - \sin^2 kx) dx \quad \text{Dr. Benade: } (\Delta f/f)_n = \int_0^L W_n S_p dx$$

$W(n) =$  Weighting Funktion.

Die Formulierung von Dr. Richard Smith (Nature, published 1976) findet sich im Anhang.

Die modifizierte HAL2 Version mit einer gegebenen Perturbationslänge zu Rohrlänge = PL zentriert bei Position  $x$  und Querschnittänderung  $X = q^2 - 1$  lautet wobei  $WL(n) = 2\pi / k(n)$ :

$k(n)$  der  $\Delta L(n)$  bei  $x =$

**Arctan** von (aus der Steigung gegeben durch:)

$$X^* \sin(k PL) * \frac{[ \cos(2 k x) ] + [ X^* \cos^2(k x) ]}{[ 1 ] + \{ [ X^* \cos^2(k PL) ] + [ X(X+2)^* \sin(k PL) * \cos(k x) * \sin(k x) ] \}}$$

Die HAL2 Variante wird im folgenden genauer betrachtet, die |Z| in Änderungen wurden erarbeitet.

Die HAL Open Science Klarinetten-Perturbation Formulierungen (gelten für closed-open Zylinder)

Es folgen Formeln aus HAL Open Science, (© Autoren Vincent Debut, Jean Kergomard, Franck Laloëwo), wo Perturbationen an Klarinetten behandelt wurden.

Holzblasinstrumente verwenden praktisch nur wenige Modes = Register (1,2,3). Hier im speziellen wird auf die Frequenzverhältnisse von Mode 2 gegenüber Mode 1 eingegangen und wie sich mit Perturbationen diese Verhältnisse anpassen lassen. Bei hohem Blech wird Mode 1 (da unbrauchbar tief) nicht verwendet, dafür werden Modes bis > 10, bei Waldhörnern >16 tatsächlich auch benutzt. Hier genügt es nicht 2 Modes zu korrigieren. Da das Grundprinzip aber das selbe ist, hier eine Aufarbeitung.

Bemerkungen oder Abänderungen die ich vorgenommen habe sind rot markiert.

Perturbationen werden hier als geänderte akustische Längen betrachtet; auf Magnitudenwerte wird nicht eingegangen. Inharmonizität und der Zusammenhang zu ΔL anhand von Perturbationen werden wie folgt behandelt:

$$IH = \frac{f_n - n f_1}{n f_1} = \frac{l_{eff} + \Delta l_1}{l_{eff} + \Delta l_n} - 1 = -\frac{\Delta l_n - \Delta l_1}{l_{eff}} + o\left(\frac{\Delta l}{l_{eff}}\right)$$

Inharmonizität IH: Beispiel Mode 2 =(n\*2-1) = 3 x110=330 HZ und 100 Hz für Mode 1 ; bzw.3x90Hz  
 $f(n) = 330 \text{ Hz} - n3*100f_1 / 3n*100f_1 = 30 / 300 = +0,1$  IH >0 = Intervalle sind zu weit  
 $f(n) = 270 \text{ Hz} - n3*100f_1 / 3n*100f_1 = -30 / 300 = -0,1$  IH <0 = Intervalle sind zu eng

Alternativ:  $f(n) / n*f_1$  = Faktor ~ +1,xx ein Frequenzverhältnis, (-1) = IH ~ +/- 0  
 $300 / 3*100$  = Faktor 1,0 = (-1) = IH 0,0 (ohne Div. Fehler)  
 IH +/- 0 = Faktor  $[f(n) / n*f_1] - 1$

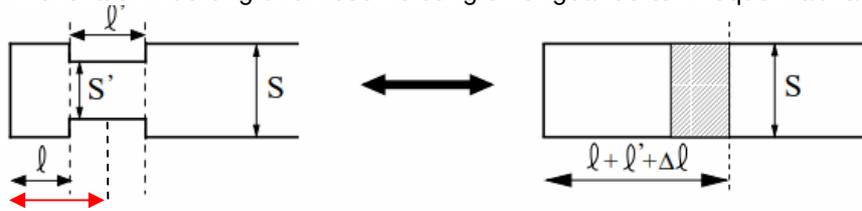
=  $L_{eff}$  = unperturbirt +  $\Delta L(1)$  = Diff.Länge mit Pert., Mode 1 =akust. wirks. Länge  
 $L_{eff}$  = unperturbirt +  $\Delta L(n)$  = Diff.Länge mit Pert., Mode (n) =akust. wirks. Länge (-1) = IH

= -  $\frac{\Delta L(n) = \text{Diff.länge mit Pert., Mode (n)} - \Delta L(1) = \text{Diff.Länge mit Pert. Mode 1}}{L_{eff} = \text{unperturbirt}}$  Formel für ein Tonloch  
 + Loch: ( $\Delta L / L_{eff} = \text{unperturbirt}$ )

Im ersten Teil wird eine „vereinfachte“ Variante #1 von Formeln verwendet, die davon ausgeht, daß die Querschnittänderungen selbst sehr klein sind.--> (Ignoriert vorhandene, invers prop. Verhältnisse!)

Ein simpler Ansatz für einen closed Zylinder mit einer lokalen Perturbation:

Eine lokale Änderung und Beschreibung einer geänderten frequenzabhängigen globalen effektiven Länge



- L = die Position x vom geschlossenen Ende, an der die Perturbation beginnt
- L' = die Länge der Perturbation
- (L+L') = die Position x am Ende der Perturbation
- x = L + (L'/2) = Mitte der Perturbation
- S = die Querschnittfläche ohne Perturbation
- S' = die Querschnittfläche geändert anhand Perturbation
- $\alpha = q^2$  = der Querschnittfaktor ( S' / S ) d.h. >1,0 bei Enlargement, <1,0 bei Constriction
- ( $\alpha-1$ ) = X > + 0 bei Enlargement, < - 0 bei Constriction
- k = Kreiswellenzahl (= 2pi \* Frequenz / c) = 2pi / λ = ω / c
- kL' = Kreiswellenzahl \* Perturbationslänge = (2pi / λ) \* L'
- 2k = die doppelte Veränderungsgeschwindigkeit der W-Kurven gegenüber Druckkurven
- ΔL = die effektive akustisch global wirksame Längenänderung aufgrund der Perturbation
- n = Mode #, Vielfache der Grundfrequenz Mode 1, (2n-1)= ungeradzahlig Vielfache = 1,3,5,7,..

Original-Formel:  $k\Delta\ell = (\alpha - 1) \sin k\ell' \cos 2k(\ell + \ell')$

Die Kreiswellenzahl  $k$  der Differenzlänge

$\cos 2k(L+L')$  = ist die W-Kurve am Ende der aktuellen Perturbation

$(L+L')$  liefert einen Versatz der Weighting-Kurven nach links,  $\rightarrow L+(L'/2) = x$

Die Formel für W-curves = Pitch-Pot. ohne tatsächliche Perturbation lautet:

$W(n)x \sim \cos [2k(2n-1) * (x)]$  mit  $x$  im Zentrum einer nicht vorhandenen Perturbation.

In der Perturbations-W-Kurve kommen Term  $B = (\alpha-1)$  und Term  $C$  als Phasenänderungen dazu:

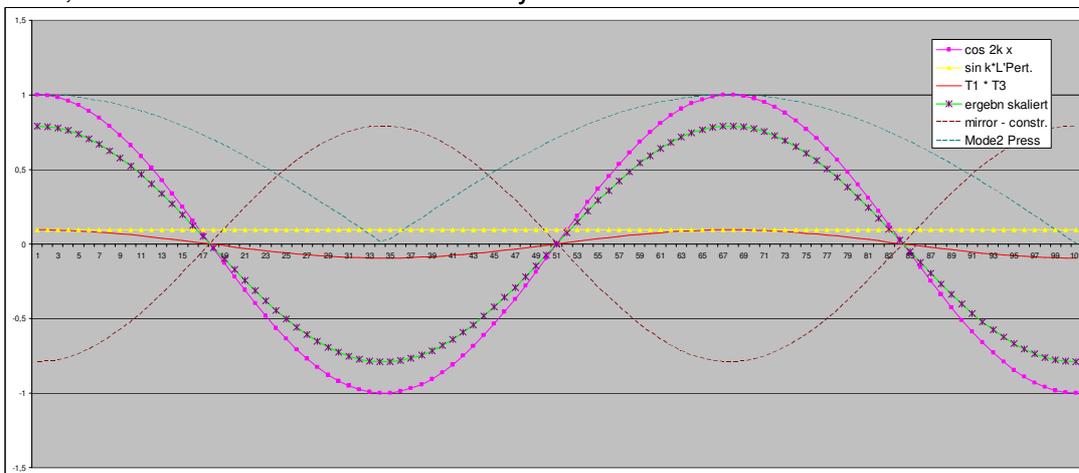
$k(n) \text{ der } \Delta L(n) \sim \cos [2k(2n-1) * (x)] * \{ (S' / S) - 1 \} * \sin (k(2n-1) * L')$

Ich habe mit obiger „Simple-Modell“ Formel ein zylindrisches Rohr closed-open berechnet, mit  $c=343\text{m/Sek}$ , phys. Länge = 1m, Rohrdurchmesser 10mm, und einer Perturbation als Enlargement; Durchmesser = 11mm mit  $L1=20\text{mm}$ . Faktor Flächenänderung  $q0^2 = 1,21$  und  $(\alpha-1) = X$  somit 0,21

Term1 liefert mit der Original Formel  $L+L'$  Ergebnisse, deren Knoten um die Perturbationslänge zu weit links liegen, das ändert aber nichts am Wert des Potentials. Ändert man Term1, indem die Perturbationslänge einfach weggelassen wird, dafür aber das Zentrum der Perturbation als Ort  $x$  gewählt wird, so ergeben sich die selben Potentialwerte, die Positionen stimmen mit der Druckverlauf Kurve und Knoten überein, ich ändere dabei aber  $L+L' = \text{Ende der Perturbation}$  ab auf  $x = \text{Zentrum der Perturbation bei } L+(Pert.L'/2)$ :

$k(n) \text{ der } \Delta L(n) \text{ bei } x = \cos [2k(2n-1) * (x)] * \{ (S' / S) - 1 \} * \sin (k(2n-1) * Pert.L')$   
 Winkeldiff. = Randbedingung \* Querschnitt-Pot. \* Längenpotential

Aber, was macht diese Formel? – Analyse anhand Mode #2:

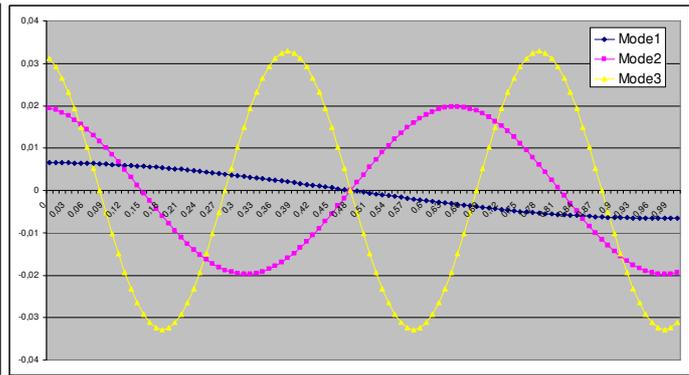
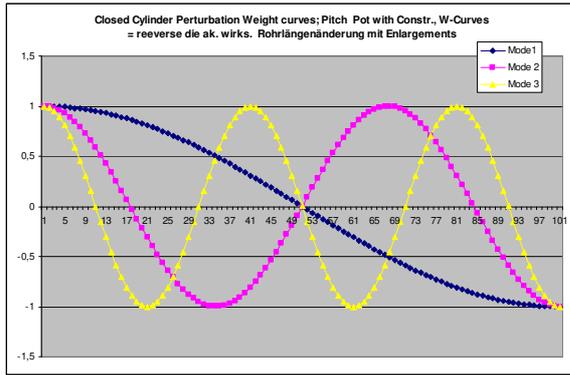


Term1 rosa:  $\cos (2 k x)$  ergibt die "W-Curve" (doppelte Freq. des Druckverlaufs)

Term3 gelb:  $\sin (k * Pert. L)$  eine fixe (pos.) Zahl anhand Pert.L Freq.+Mode # (ein Faktor)  
 rot: rosa \* gelb  $T1 * T3$  Term 1 (rosa) eingeschränkt auf Werte von max gelb (+/)  
 nicht dargestellt: Term 2: der Querschnitt .. macht rot nochmals kleiner; und:  
 wenn Enlargment +; wenn Constr. - =d.h. Kurve wird gedreht  
 Grün: anstelle Term 2: hier habe ich in die Größe gegenteilig skaliert für die Grafik  
 braun: eine Spiegelung von Grün; das wäre eine Constriction

Term1 in der Formel ist also der einzige, der für den Ort  $x$  der max. Änderungen verantwortlich ist  
 Term 2 ist ein Skalierungsfaktor für das Potential der Querschnittänderung (positiv oder negativ)  
 Term 3 ist ein Skalierungsfaktor für das Potential der perturbierten Länge  
 Es ergeben sich ortsabhängig die akustisch wirksamen Längenänderungen +/- zur Rohrlänge

Das Ergebnis  $\Delta k$  ist ein Winkel in RAD, der vom Phasenwinkel des Modes abgezogen wird:



W(n)x -Pitch Kurven für Mode1-3 x=% RL

k(n) der ΔL(n): Das Ergebnis der Formel x=Ratio RL + Winkel = tiefer, - Winkel = höhere Frequ.

Was ist dann die ΔL(n)?  $k(n) = 2\pi / \lambda(n)$  Wellenlänge in m; -> **WL(n)= 2Pi / k(n)!**

Berechnung Mode (n=1):  $k(n) = 2\pi / \lambda(n) = 2\pi / k(n) = \lambda(n)$   
 Mode1: k(1) orig. = 1,57 = 6,28 / 4 m = 6,28 / 1,5707 = 4,000m  
 Mode1: k(1) ermittelt = 1,57 - (+0,00659) k(n)ΔL(n) = 6,28 / 1,5642 = 4,0168m  
 der höchste ABS x Wert der k(n)ΔL(n)  $\lambda(n)$  pert. -  $\lambda(n) = \Delta WL(n) - \lambda(n) = 0,0168m$

¼ WL passen bei Mode 1 in das Rohr =  $\Delta WL(n) * (1/4) = \text{Rohrlänge} + \Delta L = 1,0042m$  für (n1)  
 max. akustisch wirksame ΔL für Mode (1) = - phys. RL 1m = \*100 in cm = + 0,4217 cm.

Der inverse Freq.Faktor = RL / RL + ΔL ak. wirksam max = RL \* 1 / 1,0042m = 0,9958 max. Δf  
 Die max. Δf (n1) in Cent ET = Log(Faktor;2)\*1200 = bei Enlargement = -7,28 Cent  
 -> Der W-Kurve bei max. Potential +/-1 kann nun ein Pitch-Potential in Cent zugeordnet werden!

Berechnung Mode (n=2):  $k(n) = 2\pi / \lambda(n) = 2\pi / k(n) = \lambda(n)$   
 Mode2: k(2) orig. = 4,71 = 6,28 / 1,333 m = 6,28 / 4,7123 = 1,3333m  
 Mode2: k(2) ermittelt = 4,71 - (+0,01976) k(n)ΔL(n) = 6,28 / 4,6929 = 1,3389m +0,55cm

¾ WL passen bei Mode 2 in das Rohr =  $\Delta WL(2) * (3/4) = \text{Rohrlänge} + \Delta L = 1,0042m$  für (n2)  
 max. akustisch wirksame ΔL für Mode (2) = - phys. RL 1m \*100 =cm: = + 0,4211 cm.

Der inverse Freq.Faktor = RL / RL + ΔL ak. wirksam max = RL \* 1 / 1,0041m = 0,9958 max. Δf  
 Die max. Δf (n2) in Cent ET = Log(Faktor;2)\*1200 = bei Enlargement = -7,27 Cent

Die Berechnung von Mode 3 ergibt eine max. mögliche Pitch Änderung mit dieser Perturbation von -7,25 Cent, das ist der Skalierungswert für die W(n)x Pitchkurven (Grafik links oben).

$\omega$  = Kreisfrequenz in Radiant pro Sekunde,  $\omega/c$  m pro Sek =  $k$  = Rad pro Meter.

$k$  = Radiant pro Meter ein Winkel pro Meter, daß bedeutet:

1 Sinusschwingung =  $2\pi$  = 6,28 rad, ½ Sinusschwingung =  $\pi$  = 3,14 rad

Sinus(3,14rad) = 0, detto Sinus (6,28rad) = 0, also Nulldurchgänge im Abstand ½ Wellenlänge.

Ist der Winkel ( $k$ ) pro Meter insgesamt kleiner, dann ist das eine tiefere Frequenz,

$1/f$  = dann höhere Wellenlänge,  $k = 2\pi / \text{Wellenlänge}$ .

$k(n)$  der Differenzlänge positiv bedeutet akustisch effektiv eine Mehrlänge und tiefer,

$k(n)$  der Differenzlänge negativ = akustisch wirksam effektiv eine Verkürzung,

$k(n)$  perturbiert ist daher  $k(n)$  Originallänge -  $k(n)$  Differenzlänge.

Das bedeutet bei einer erfolgten Erweiterung nahe am geschlossenen Ende, daß alle gezeigten Modes tiefer werden, größere WL, Druckknoten weiter Richtung geschlossenes Ende <- liegen werden, ebenso die Nulldurchgänge = Pitchnodes in der Mitte von Druckknoten und Druckbäuchen. Blasinstrumente sind bereits „vielseitigst“ perturbiert, Druckpositionen + Potential sind verändert!

## HAL Version #2, wenn die Perturbation nicht mehr als klein angesehen werden kann: (berücksichtigt invers prop. Verhältnisse)

*Localized enlargement/contraction at the input of the instrument*

Considering a localized enlargement or contraction of length  $\ell'$  and cross section area  $S'$  located at point  $\ell$  and denoting  $\alpha = S'/S$  the change in diameter where  $S$  is the cross section area of the main tube, it can be written:

$$\begin{cases} Y_{up1} = -jY_c \tan k\ell & \text{at point } \ell \\ Y_{down2} = -jY_c \tan k(\ell + \ell' + \Delta\ell) & \text{at point } \ell + \ell' . \end{cases}$$

which results in after some algebra

$$k\Delta\ell = \text{Arctan} \left( \tan k\ell' \frac{TT_2 - \alpha(1 + TT_2) + \alpha^2}{-T \tan k\ell' + \alpha(1 + TT_2) + \alpha^2 \tan k\ell' T_2} \right) ,$$

where  $T = \tan k\ell$  and  $T_2 = \tan k(\ell + \ell')$ .

mit  $\alpha = q0^2$  Faktor 1,xx bzw. 0,9x;

Wenn man  $(\alpha-1) = X$  als Flächenänderung nimmt: = X+ ist Enlarg. oder X- (Constr.):

Denoting  $\alpha = 1 + X$ , the expression of the length correction becomes

$$k\Delta\ell = \text{Arctan} \left( X \sin k\ell' \frac{\cos k(2\ell + \ell') + X \cos k\ell \cos k(\ell + \ell')}{1 + X \cos^2 k\ell' + X(X + 2) \sin k\ell' \cos k\ell \sin k(\ell + \ell')} \right)$$

Die 1. Variante der Formel scheidet wegen Tangens Polsprüngen in Excel bei ungünstig auftretenden x-Werten aus.

Die 2. Original-Formel hat die bekannten Probleme wie die „simple“ – Original-Version, mit dem Versatz nach links mit zunehmender Perturbationslänge. Zudem kann nicht sein, daß eine Perturbation (etwas links) von einem Druckbauch völlig andere Auswirkungen haben könnte als die gleiche Perturbation (etwas rechts).

Meine gefundene, ~ besser funktionierende Variante mit zentrierter Perturbation bei x lautet mit Bezeichnung Perturbationslänge L' durch „PL“ ersetzt und anstelle L durch x,  $X = \alpha - 1$ :

$k(n)$  der  $\Delta L(n)$  bei x =

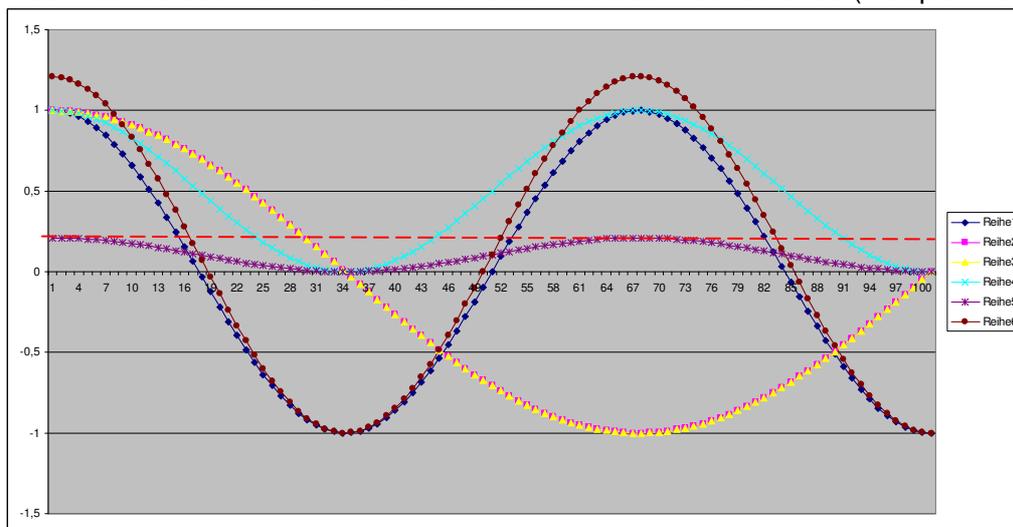
**Arctan** von (aus der Steigung gegeben durch:)

$$X^* \sin(k PL) * \frac{[ \cos(2 k x) ] + [ X^* \cos^2(k x) ]}{[ 1 ] + \{ [ X^* \cos^2(k PL) ] + [ X(X+2) * \sin(k PL) * \cos(k x) * \sin(k x) ] \}}$$

Wobei **blaue** Terme für jeden Mode Konstanten sind,  $k PL$  sind **globale Konstanten** anhand Perturbationslänge,  $X^*$  ist die globale Verkleinerungs-Konstante anhand **Querschnittänderung**. Der Rechenaufwand bleibt überschaubar, (wenn auch heftig, da pro Mode einzeln notwendig.)

x= Abstand Perturbationscenter vom geschlossenen Ende / Rohrlänge jeweils in m, also ein Positionsfaktor.

Was macht diese Formel? - der Teil oberhalb des Bruchstriches (Beispiel Mode 2, Enlargement):



X ist ein positiver Wert, hier +0,21.

Reihe 1:  $\cos(2 k x)$

Reihe 2 + 3:  $\cos(k x)$

Reihe 4:  $\cos(k x) * \cos(k x) = \cos^2(k x)$

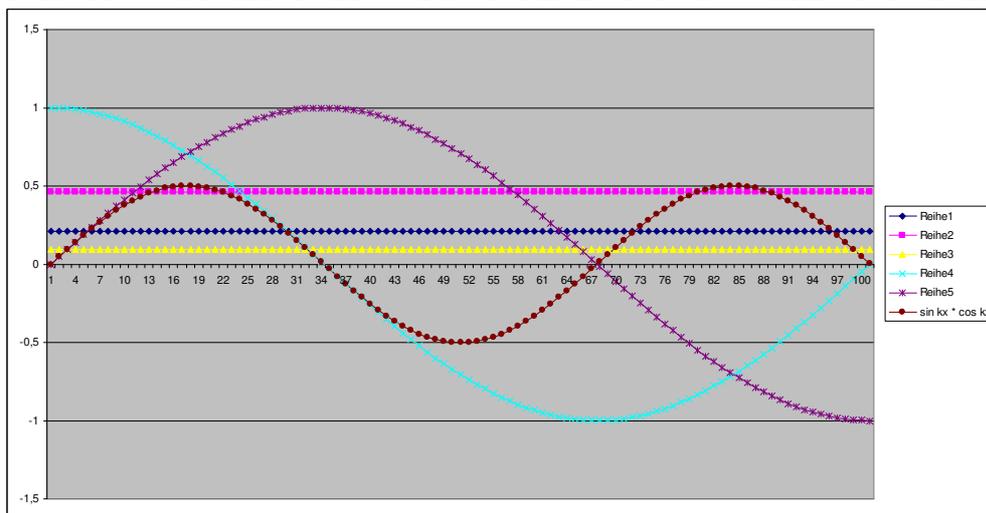
Reihe 5:  $X * \cos^2(kx)$

Reihe 6: das Zwischenergebnis oberhalb des Bruches (einseitig an Druckbäuchen um  $1+X$  stärker)

Dieses Zwischenergebnis ist nicht von der Perturbationslänge abhängig, nur von der Querschnittänderung. An Punkten von Druckbäuchen wird

bei Enlargements (X ist positiv) ist das Veränderungspotential erhöht; um max. Wert X  
 bei Constrictions (X ist negativ) ist das Veränderungspotential reduziert; um max. Wert X  
 Das Potential um Druckbäuche wird  $+X$  mächtiger bzw.  $-X$  geringer

Unter dem Bruch stehen sehr viele Konstanten und nur 1 zusätzliche Variable:  $\sin(k x)$ :



Die [1] muß extra addiert werden, sonst gibt es Schmarrn!

Reihe 1:  $X * \cos^2(k PL)$  hier 0,208 (/  $X = \cos^2(k PL) = 0,9991..$ )

Reihe 2:  $X*(X+2)$  hier 0,4641 =  $(q0^4) - 1$

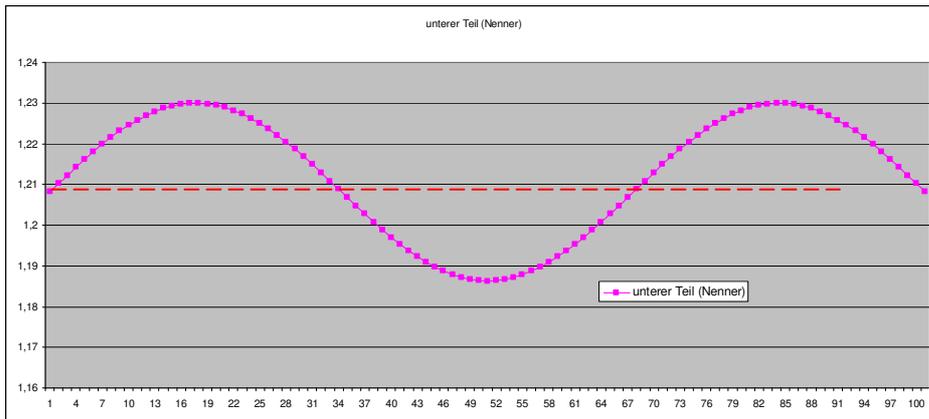
Reihe 3:  $\sin(k PL)$  hier 0,09

Reihe 4:  $\cos(k x)$

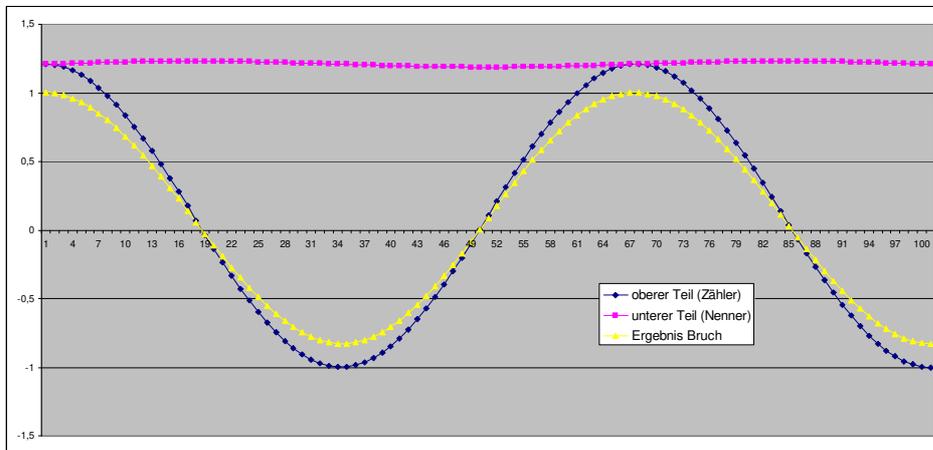
Reihe 5:  $\sin(k x)$

Reihe 6:  $\cos(k x) * \sin(k x)$  = ein Sinus doppelter Freq. mit max +0,5 und - 0,5.  
 ist bei Druckknoten, als auch bei Druckbäuchen 0.

Abgesehen von den zahlreichen Verkleinerungsfaktor für die Magnituden und  $1+$  ist das die einzige Funktionskurve, die unterhalb des Bruches steht, hier im Detail:

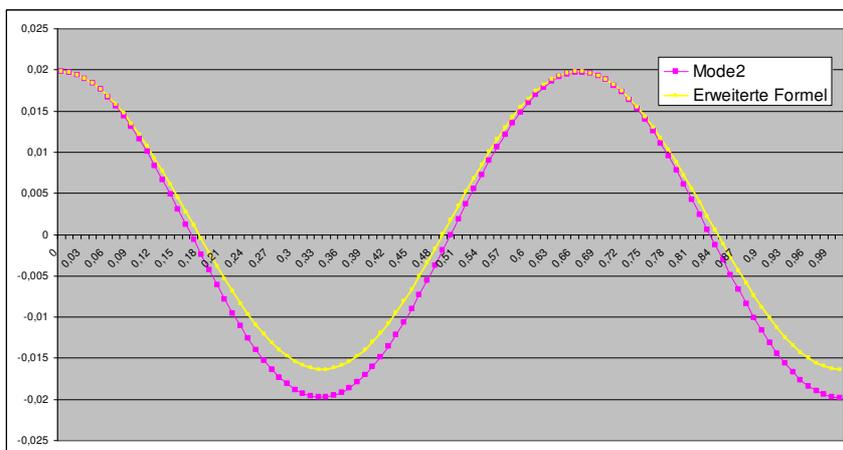


Die Funktion unterhalb des Bruches oszilliert (hier) um den Wert 1,21 (=circa  $1+X$ )



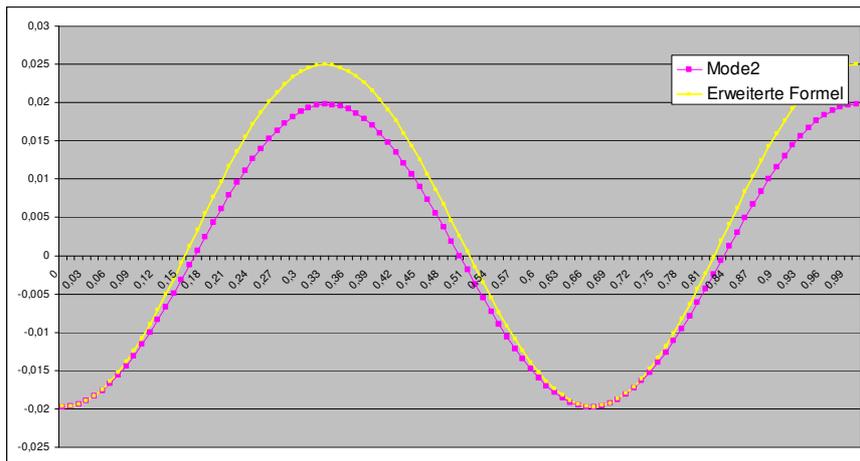
Vor dem Bruch steht ebenfalls (nur) ein konstanter Verkleinerungsfaktor anhand  $X$  und  $PL$ . Das Ergebnis wird nun mit dem Faktor  $X * \sin(k PL)$  hier  $0,019$  nochmals in der Magnitude reduziert.

Arctan = Der Winkel ändert die „optische Gestalt“ aufgrund der sehr „flachen Kurven“ und somit nur geringer Steigung nur noch marginal. Dh. die angezeigten Funktionskurven werden dadurch nur noch geringst abgeändert. Das globale Endergebnis gegenüber der simplen Variante lautet:



*lokale Enlargements:*

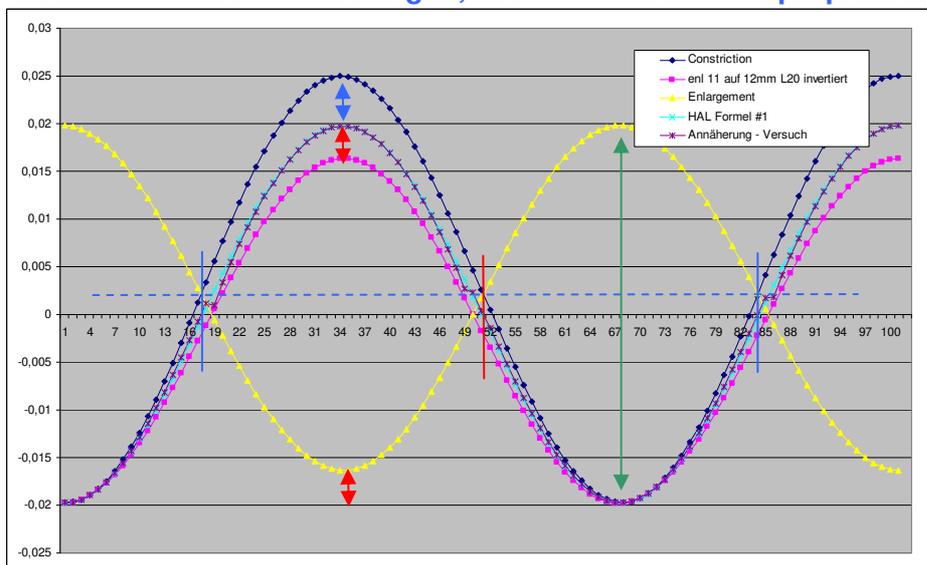
Um Druckknoten herum ist das Potential im Fall einer Querschnitt (Flächen) Erweiterung reduziert. Rohrlänge 1000mm, 11mm Diameter anstelle von 10mm, Länge der Perturbation 20mm,  $X=+0,21$  (Positive Werte hier sind eine größere Wellenlänge = tiefere Frequenz)



*lokale Constrictions:*

Um Druckknoten herum ist das Potential im Fall einer Querschnitt (Flächen) Reduktion erweitert. Hier wurde eine äquivalente Einengung auf 8,8888194 mm Durchmesser berechnet;  $X_c = -0,21$

**Querschnitt-Flächenänderungen, die zueinander direkt proportional sind:**



Bei selber Querschnittflächenänderung  $-X = +X$  (Constriction Durchmesser sind kleiner)  
 Bei Perturbationen haben Erweiterungen und Verengungen an lokalen Druckbäuchen lt. der HAL Formel #2 das selbe Pitch Potential. Richtung Druckknoten haben Einengungen aber mehr Veränderungspotential, Erweiterungen weniger Veränderungspotential, als bei Druckbäuchen.

Bei einem Rohr mit Länge 1000mm und 10mm Durchmesser sind wir mit einer Perturbation über die Länge 20mm und Flächenänderung  $X \pm 0,21$  auf Werte bei Mode #2 von von  $k(n)$  der  $\Delta L(n) = \pm 0,02$  Rad/Meter maximal mögliche effektive akustische Mehrlänge =  $\pm 4,2$ mm gekommen.

Dieser potentielle Wert  $X$  ist an Druckbäuchen sowohl mit Constriction als auch Enlargement anhand HAL Formel #2 (und #1) ident. HAL Formel #2 liefert die Abweichungen um Druckknoten, hier bei Mode #2 closed-open Zylinder, bei Pos. 33,3% und 100 % Rohrlänge.

Die Kurven haben nach wie vor die Grundgestalt von Cosinus Kurven, sind aber stark modifiziert. An Druckknoten zentriert hat ein Enlargement weniger Verkürzungspotential, eine Einengung hat dagegen ein stärkeres Verlängerungspotential, die gesamte Spanne ist dabei  $q_0^4$ .

Der Potentialunterschied im Beispiel ist 0,0249 Constr. zu 0,0163 Enlargement am Druckknoten.  
 $0,0249/0,0163 = 1,527$  Faktor gesamt Max zu Min  $= q_0^4$ ; die Wurzel daraus ist  $q_0^2 = 1,236$   
 $0,0249/1,236 = 0,020146 =$  Geomittel am Druckknoten.  $\rightarrow \sim$  Pot an Druckbäuchen.  
 $0,0163 * 1,236 = 0,020146 =$  Pitch-Potential up und down an Druckbäuchen

**Querschnitt-Flächenänderungen X, die zueinander invers proportional sind:**

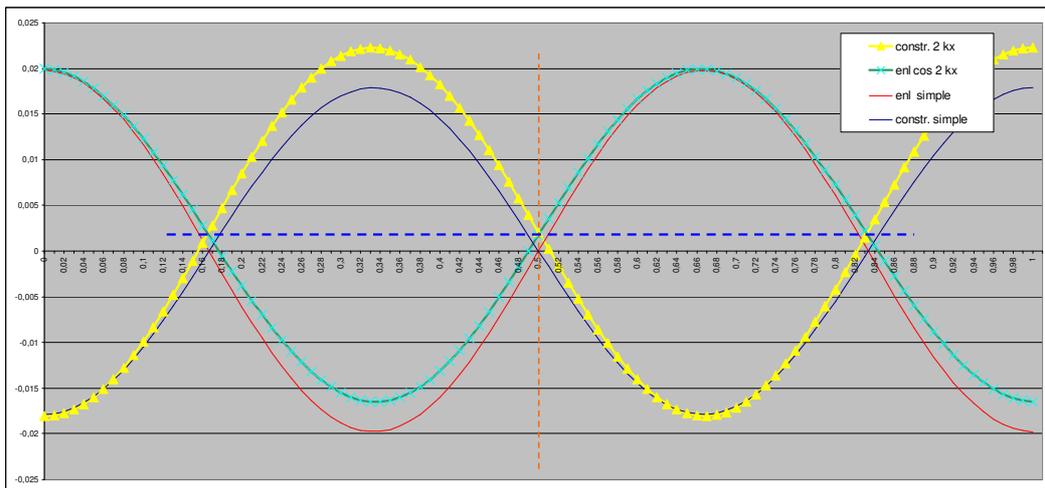
Es kommt jetzt ein entscheidender Punkt: Sind Querschnittflächenänderungen durch Einengungen invers proportional zu Aufweitungen, dann reduziert sich das Pitchpotential auf Werte, die sowohl bei Druckbäuchen, als auch an Druckknoten vergleichbar stark sind:

Die Änderungen bei lokalen Erweiterungen werden belassen, das Pitch Potential bleibt daher  
 $-X_e$  an Druckbäuchen =  $q_0^2 - 1 = (S' / S) - 1$  Dia 11mm/10mm =  $q_0 = 1,1$   $q_0^2 = 1,21$   $X_e = 0,2100$  dn  
 $+X/q_0^2$  um Druckknoten:  $X_e/q_0^2 = 0,1736$  up

und bestimmen als invers proportionale Constriction dazu:  $1/q_0^2$  1,21: = 0,8264  $X_c = 0,1736$   
 $+X_c$  an Druckbäuchen =  $1/q_0 = 0,9090$ , Dia Verengung = 9,0909mm,  $X_c = 0,1736$  up  
 $-X_c * q_0^2$  um Druckknoten:  $X_c * q_0^2 = 0,2100$  dn

Bei invers prop. Flächenänderungen sind nur noch 2 Maximalwerte übrig: Pot. X dn und  $X/q_0^2$  up. Frequenz erhöhende Änderungen sind hier nun jeweils um den Faktor  $q_0^2$  schwächer.

Jede nicht invers prop. Konstellation kann auch berechnet werden, es muß dann zur Constriction  $-X_c$  aber eine passende **invers proportionale Erweiterung**  $+X_{pe}$  als Hilfsgröße ermittelt werden. Wenn  $-X = +X$ , aber auch wenn z.B. die Durchmesseränderungen konstant bleiben: ( $-X < +X$ ) :



Enlargements  $X_e = 0,21$  und Constrictions  $X_c = -0,19$  = +/- 1mm Durchmesser gegenüber 10mm Querschnitt übereinandergelegt. Jetzt werden die **Phänomene** des unterschiedlichen Potentials, des horizontalen und des vertikalen Pitchversatzes sichtbar! (Versatz spiegelverkehrt zur Pitch-Weight Kurve nach oben, da hier tiefere Frequenz anhand höherer akustisch wirksamer Länge) und bestätigen die bisherigen Simulationen.

Dia 9mm Constriction =  $1/q_0 = 0,9$   $1/q_0^2 = 0,81$   $1 - (1/q_0^2) = X_c$  0,19 Pitchpot up an Druckbäuchen  $1/0,9 = 1,1111$  equivalentes inv prop. Enlargement  $q_0 p_e$  \* Bore size = 11,111mm Enlargement,  $q_0 p_e^2 = 1,2345$  -  $X_{pe} = 0,2345$  Potential Constriction dn an Druckknoten

Pitch Pot Enlargement: DK 0,1736 up	Constr. DB 0,1900 up	= 10,94% Constr. stärker
Pitch Pot Enlargement: DB 0,2100 dn	Constr. DK 0,2345 dn	= 11,66% Constr. stärker
up schwächer: / $q_0^2$ 1,21	/ $q_0 p_e^2$ 1,2345	

Es besteht die Tendenz, die Resonanzfrequenzen = Frequenz = Änderung pro Zeit also **effektive Geschwindigkeit zu reduzieren = höhere akustisch wirksame Länge**. Daß es keine gemeinsamen „Pitch-Nodes“ gibt ist das eigentliche Problem, diese liegen zwischen den Nulldurchgängen der Auswirkungen von Constrictions oder Enlargements an den Flanken nicht mehr mittig. Es ergibt sich ein Offset der Schnittpunkte hin zu einer längeren effektiven Länge = Pitchversatz down.

Der Querschnittfaktor X ist für diesen Versatz verantwortlich, die Perturbationslänge hat nur eine verstärkende Wirkung des Potentials in beide Richtungen.

### Unterschiedliches Potential aufgrund konstanter Durchmesser Änderung:

Bei den Simulationen mit ART, Bias© und Bios© wurde die Durchmesseränderung jeweils konstant gehalten, aber nicht der Querschnittfaktor. Constrictions mit Durchmesseränderung Hülse 1mm liefern stärkere Querschnittfaktoren als Enlargements. Die HAL Vergleiche basieren aber auf konstantem Flächenfaktor X, dieser ist wiederum (Querschnittfaktor ^2)-1.

Fläche Kreis:  $\pi \cdot r^2$  bzw.  $(\pi/4) \cdot d^2$  = Länge ^2; Pi ist (nur) ein Skalierungsfaktor.

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \text{Durchmesser} = 2 \cdot \text{Wurzel (Fläche / pi)}$$

	Dia Bore db=11mm	Dia Constriction dc=10mm	Dia Enlargement de=12mm
Durchmesser Diff.	0mm	-1,0mm	+1,0mm
Querschnittfaktor q0	1,0	0,909 (-0,090)	1,090 (+0,090)
$q0^2 = de/dc$	=1,2	$q0=1,09544$	Geomittel=10,954mm (dc*q0 bzw de/q0) statt 11,0mm
d <sup>2</sup> =	121	100	144
Fläche =	95,03 mm <sup>2</sup>	78,54 mm <sup>2</sup>	113,09 mm <sup>2</sup>
Flächendifferenz	0	-16,49 mm <sup>2</sup>	+18,06 mm <sup>2</sup>
Flächenfaktor q0 <sup>2</sup>	1,0	0,826	1,19
X = q0 <sup>2</sup> -1	0	-0,173	+0,190
q0 <sup>4</sup> = de <sup>2</sup> / dc <sup>2</sup>	=1,44	q0 <sup>2</sup> = 1,2	q0 = 1,09544
Geomitte db <sup>2</sup> =	120 anstelle 121		
Geomitte db =	10,954 mm (-0,0455 mm)	Durchmesser anstelle 11,0 mm.	

= -0,4% Abweichung Querschnitt Geomitte zu arithmetischem Mittelwert bei Boresize 11 +/-1mm  
= -0,5% Abweichung bei Boresize 10 +/-1mm

### Pitch Querschnitt-Potential und Perturbationslängen-Potential:

Will man eine reine Querschnittänderung (ohne Länge) gleichsetzen, und würde man Enl. Druckbauch auf „1,0“ normieren; (DB=Druckbauch, DK=Druckknoten)

bedeutet das keine abweichende Änderung an Druckbäuchen trotz anderer Flächen = Geomittel, ansonsten Änderung anhand Differenz Fläche + / - mit Maxima an Druckknoten.

Ich will nun aber, daß der unperturbierter Rohrdurchmesser (d) der Geomittelwert bleibt:

11mm *q0	= 12mm, Enlargement	de/db 12 / 11 =	q0 = 1,0909	als Durchmesser
11mm / q0	= 10,08mm, equiv. Constr.	db/q0 11 / 1,0909	= dc 10,08 mm	Durchmesser
12mm / 10,08	= q0 <sup>2</sup> = 1,1900	Geomittel db =	11,00 mm	Durchmesser.

Bei Flächeneinheiten (S) wird alles quadriert, auch der q0 Faktor !

11 <sup>2</sup> * q0 <sup>2</sup>	= 12 <sup>2</sup> , Enlargement	Se/Sb 12 <sup>2</sup> / 11 <sup>2</sup>	= q0 <sup>2</sup> = 1,1900	als Fläche
11 <sup>2</sup> / q0 <sup>2</sup>	= ~10,08 <sup>2</sup> , equiv.Constr.	Sb/q0 <sup>2</sup> 11 <sup>2</sup> / 1,1900	= 10,08 <sup>2</sup> Sc	als Fläche
12 <sup>2</sup> / 10,08 <sup>2</sup>	= 1,42= q0 <sup>2</sup> ^2 = q0 <sup>4</sup>	Flächeneinheiten S *Pi/4 =	Flächen in mm <sup>2</sup>	

wobei dieses Pot. wieder die Amplitude einer ABS Sinusfunktion mit ½ Wellenlänge ist:

Geo	= Pot an Druckbäuchen	Fläche zwischen 10 <sup>2</sup> und 12 <sup>2</sup> ,	Pot *1,0
Geo * q0 <sup>2</sup>	= Pot Constr. DK	Fläche 10 <sup>2</sup>	Pot *1,190
Geo / q0 <sup>2</sup>	= Pot. Enl. DK	Fläche 12 <sup>2</sup>	1/q0 <sup>2</sup> = Pot *0,840

Man erhält jetzt Amplitudenwerte von 1,0 bei Druckbäuchen und max.  $q_0^2 = 1,19$  bei Constrictions an Druckknoten, bzw.  $1/q_0^2 = 0,84$  bei Enlargements an Druckknoten. Diese Werte sind losgelöst von einer Wellenlänge und Perturbationslänge, sie bilden rein die Querschnittänderung und quadratische Änderung ab, und zwar als Differenz zu einem Potential 1,0 anhand z.B. HAL #1.

Im Fall Dia 11,0mm und Enlargement auf Dia 12,0mm ergibt sich ein Minderpotential von **-16%** bei Erweiterungen sowie ein Extrapotential von **+19%** bei Einengungen an Druckknoten gegenüber Druckbäuchen bzw. einem geometrischen Mittelwert. Umso stärker die Querschnittänderung ausfällt, umso größer ist dieser Potentialunterschied und auch der Pitch-Versatz down.

Diese Ergebnisse erinnern an kaufmännische Prozentrechnung: Constrictions: 19% auf Hundert, Enlargements: 19% in Hundert (vom Ergebnis) = -16% von Hundert!

Bei einer Perturbationslänge gleich 0 ist das Potential Hal #1 bzw.  $W(n)$  Kurven ebenfalls Null.

$$k(n) \text{ der } \Delta L(n) \text{ bei } x = \cos [ 2 k \text{ von } (2n-1) \cdot (x) ] * \sin ( k \text{ von } (2n-1) * \text{Pert.L.'} ) * \{ (S' / S) - 1 \}$$

Term A  $W(n)$  Kurve +/- 1,0

\* tatsächl. Längenänderung \* Querschnittpot  
X

$\sin ( k \text{ der odd Mode Nr } * \text{Perturbationslänge} )$

$\sin ( 2 * \pi / \text{Wellenlänge } (n) * \text{Perturbationslänge} )$

$\sin ( k = 6,28 / 1,3333 \text{m} = 4,71 * 0,02 = 0,0942 )$

Beispiel Mode #2 und 1m Rohr

**$\sin = 0,0942$**  \* X 0,21 = 0,019 wo  **$\cos = 1$** , d.h. bei Druckbäuchen und Druckknoten.

wäre die Perturbationslänge exakt  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge = 0,33m:

$\sin ( 4,71 * 0,3333 = 1,57 = \pi/2 )$

**$\sin = 1,0$**

\* X 0,21 = 0,21

mit Zentrum

wo  **$\cos = 1$**

Das Längenpotential ist hier voll ausgeschöpft, das effektive Pot. bestimmt der Querschnitt  $q_0^2$ !

Mode2: $k(2)$ orig.	=	4,71	=	6,28 / 1,333 m	=	6,28 / 4,7123	=	1,3333m
Mode2: $k(2)$ ermittelt	=	4,71	-	(+0,21) $k(n)\Delta L(n)$	=	6,28 / 4,5	=	1,4m
								<b>=+6,6cm</b>

$\frac{3}{4}$  WL passen bei #2 in das Rohr =  $\Delta WL(n2) * (3/4)$  v. **0,066** = Rohrlänge +  $\Delta L = 1,05\text{m}$  für  $(n2)$  Geo  
**max.** akustisch wirksame  $\Delta L$  für Mode (2) = - phys. RL 1m \* 100 = cm: = +/- 5,0 cm. Geo

Das Frequenzverhältnis = RL / RL +  $\Delta L$  ak. wirksam max = RL \* 1 / 1,05m = 0,952

Die **max.  $\Delta f$  (n2)** in Cent ET = Log(Faktor; 2) \* 1200 = bei Enlargement = **-84 Cent!**  
an Druckbäuchen

oder Constr. an Druckbäuchen + 84 Cent.

bei Constrictions zentriert an Druckknoten \* 1,2 Querschnitt Potential  $q_0^2 = \sim -100$  Cent,  
bei Enlargements zentriert an Druckknoten / 1,2 Querschnitt Potential  $q_0^2 = \sim +70$  Cent.

D.h. mit einem  $q_0^2$  von  $\sim 1,2$  (das könnte trivial übersetzt) zb. ein anderer Anstoß bei einem Flügelhorn sein, oder ein Posaunenzug mit 1mm Durchmesseränderung rund ein Halbton Unterschied bei Mode 2 entstehen könnte.

Dies war das Extrem Beispiel um die Richtigkeit der Formeln zu überprüfen!

Kurze Perturbationslängen  $\ll \frac{1}{4}$  Wellenlänge haben anhand der Sinus Funktion überdurchschnittlich mehr Potential, siehe Kapitel Magnituden.

Das Perturbationslängen-Potential ergibt sich daher für Geomittel Potential – an Druckbäuchen:

Resonanzmodes Zylinder open-closed:

$\sin ( kn * 0 )$	$= 0$	$= 0$	= kein Potential
$\sin ( kn * 1/8 WL$	$= \pi/4 = 0,785$	$= +0,707$	= halbes Potential
$\sin ( kn * 1/4 \text{ Wellenlänge} = \pi/2 = 1,57$		$= +1$	= maximales Potential
1,57 Mode 1 * 1m (=ganzes Rohr)			
4,57 Mode 2 * 0,333m			
7,85 Mode 3 * 0,20m			
$\sin ( kn * 1/2 WL = \pi = 3,14 )$		$= 0$	= kein Potential
$\sin ( kn * 3/4 \text{ Wellenlänge} = \pi/2 = 4,71$		$= -1$	= maximales Potential, reversed
$\sin ( kn * 1 WL = \pi = 6,28 )$		$= 0$	= kein Potential, reversed

Antiresonanzen:

$\sin ( 3,14 * 1/4 WL=0,5 = \pi/2=1,57$		$= +1$	= max. Potential
$\sin ( 3,14 * 1/2WL=1 = \pi =3,14$		$= 0$	= kein Potential (=ganzes Rohr)

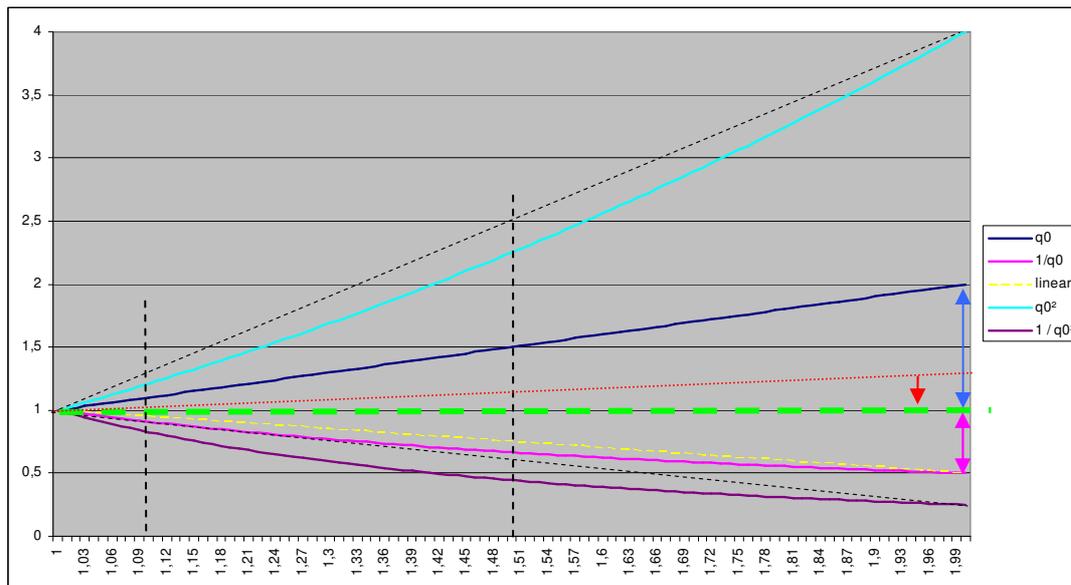
wo wäre  $( S' / S )^{-1} = 1,0 ?$   $( 2 / 1 = 2 )^{-1} = 1,0$  reziprok bei Constriction

d.h. Hal #1 geht von einer Verdoppelung der Fläche aus, wo das Querschnittspotential  $X= 1,0$  wäre, es könnte auch höher sein, aber unter 1 wird das Potential geringer, reziprok bei Constr. = -1,0 wo Durchmesser Wurzel  $(1/2) = 0,7071$ .

Dia 10mm, Diameter mit doppelter Querschnittfläche = Dia 10mm \* Wurzel(2) = 14,41mm  
d. h. der Durchmesser Faktor für eine Flächenverdoppelung ist Wurzel (2) = 1,4142.

Ich will momentan nicht nachprüfen ob das stimmen kann, wie erwähnt sollte das Modell bis  $X \sim 0,2$  ohne größere Abweichungen funktionieren und das ist rund max. 1/5 des genannten Maximums. Bei Mode 2 mit  $1/4$  Wellenlänge Perturbation zentriert an einem Druckknoten und maximalem Querschnitt-Potential Geo von 1,0 käme man auf Pitch Änderungen von  $\sim -500$  bis  $\sim +300$  Cent bei Mode 2, dies wäre jeweils schon recht nahe an den unperturbierten Antiresonanz Frequenzen.

## Durchmesser, Querschnittfläche, Potentialverschiebung und Pitchversatz



lineare Darstellung: Faktor  $q_0$  ist eine Gerade, alle anderen, auch  $1/q_0$  sind Kurven. 1 bleibt hier das geometrische Mittel, der arithmetische Mittelwert (rot punktiert) wandert zunehmend zu größeren + Werten verglichen zum geometrischen Mittelwert.

Je größer das Querschnittsverhältnis  $q_0$  bzw.  $q_0^2$  ausfällt, umso stärker wächst das Potential Ungleichgewicht von Enlargements zugunsten Constrictions. (Roter Pfeil und arithm. Mittelwert zeigen Potentialüberschuss)

Das resultierende globale Frequenz-Änderungspotential (maximal an Druckknoten) verteilt sich auf die Seite von Einengungen, die global vertiefend wirken, dieses Potential fehlt dann bei Enlargements.

Es sollte eigentlich logisch sein: z.B.

$1,0 * 1,5 = 1 * 1 + 1 * 0,5 = + 50 \% \text{ von } 1$  = auf Hundert  
 $1,0 / 1,5 = 2 \text{ Halbe} / 3 \text{ Halbe} = 2 / 3 = 66,6\% \text{ von } 1 = 0,66; = -33,3\% \text{ von } 1,$  = in Hundert  
 aber das sind 50 % vom Ergebnis 0,66

Bei einem größer werdenden Querschnittsdurchmesser (Enlargement) und Faktor  $q_0$  verteilt sich das Gesamtpotential „1,0“ auf eine immer (quadratisch) größer werdende lokale Querschnittfläche  $q_0^2$  und das Potential nimmt dadurch reziprok ab =  $1/q_0^2$

Man könnte auch von einem „Pitch-Pot Verhinderungspotential“ um Druckknoten herum sprechen, das mit  $q_0^2$  zunimmt. Wäre das Enlargement exakt an einem Druckknoten (Änderung durch equiv. Längeneffekte nicht berücksichtigt) dermaßen groß, daß die lokale char. Impedanz der Impedanz dem Aussenraum entspricht (ein Loch), hätten wir einen abschließenden Druckknoten und (theoretisch, abgesehen von Endlängeneffekten, etc.) gar keine globale Frequenzänderung.

Bei einem immer kleineren Durchmesser (Constriction) und Durchmesserfaktor  $1/q_0$  verteilt sich das Potential auf eine immer kleinere Querschnittfläche  $1/q_0^2$  und das Potential nimmt reziprok mit Faktor  $q_0^2$  zu. Das „Pitch-Pot Verhinderungspotential“ nimmt in diesem Fall mit  $q_0^2$  ab = Pitch Potential nimmt mit  $q_0^2$  zu; ist also nicht das Gegenteil einer Erweiterung, sondern die Effekte gehen nahtlos weiter. Die Faktoren und Auswirkungen sind aus oben genannten Gründen stärker.

Der shared Pitchnode „Pitchversatz“ ergibt sich daher aus den Umständen, daß Constrictions bereits in der Mitte zu Druckbäuchen mehr Potential down haben, Enlargements hier aber bereits weniger Potential haben.

## XM-Pitchnode als Beispiel und akustische wirksame Mitte wenn $-X=+X$ :

(Hier wäre der Pitch-Versatz down sehr stark ausgeprägt).

In anderen Teilen habe ich das Hal #1 bzw. Geo Potential als „shared Pitch-Nodes“ bezeichnet.

Gerade	Resonanzmode # haben	vor XM Pitch-Nulldurchgängen	Druckknoten
Ungerade	Resonanzmode # haben	vor XM Pitch-Nulldurchgängen	Druckbäuche
Enlargements haben	an Druckbäuchen	~ Std. (Geo) Pot. down	
	an Druckknoten	weniger Pitch Pot. up	W-Curve hier schmaler
	Pitch Nodes sind	näher an Druckknoten	= bei XM-PN früher
			als Geo Potential
Constrictions haben	an Druckbäuchen	~ Std. (Geo) Pot. up	
	an Druckknoten	mehr Pot. down	W-Curve hier breiter
	Pitch Nodes sind	näher an Druckbäuchen	= bei XM-PN später
			als Geo Potential

Eine wesentliche Erleichterung ergibt sich dadurch, daß die Pitch W-Kurven mit einer Cosinus Funktion, da Druckbauch und scheinbar gleichem „Geo“ Potential beginnen. Die Abstände der Geo-Pitchnodes entsprechen exakt  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge.

Die Abstände der Nulldurchgänge (Pitch-Nodes) anhand Hal #2 sind dagegen abwechselnd kürzer bei Enlargements um Druckknoten, länger bei Enlargements um Druckbäuche bei Constrictions um Druckbäuche, länger bei Constrictions um Druckknoten

d.h. an Positionen mit weniger Potential enger beisammen, mit mehr Potential weiter entfernt. Das gesamte Pitch-Erhöpfungspotential ist mit Enlargements geringer, das gesamte Pitch-Vertiefungspotential ist mit Constrictions höher als das Geo Potential.

Bisher habe ich die Schnittpunkte gesucht, die einem Pitchversatz down gleichkommen, diese Positionen entsprechen den Geo Pitch Nulldurchgängen mit exakt  $\frac{1}{4}$  WL Abstand.

Enlargements sind bei XM Geo-Pitch bereits vertiefend (gerade Modes), noch vertiefend (ungerade Modes)  
Constrictions **stärker** **noch** vertiefend (gerade Modes), **bereits** vertiefend (unger. Modes)

Es ergibt sich also der Effekt, daß alle Perturbationen mehr Vertiefungspotential und auch Platz dafür haben, Constrictions noch stärker vertiefen, speziell an und um Druckknoten.

Geht man von sinusförmigen Druckkurven aus, so wäre die Mitte bei  $\frac{1}{8}$  WL =  $\pi/4 = 0,875$  Rad, der Sinuswert würde 0,7071 betragen, was wiederum die Wurzel als 0,5 aber auch  $45^\circ$  ist.

0,5 ist der halbe Abstand einer  $\frac{1}{4}$  WL, 0,7071 ist die normierte Amplitude,  $45^\circ =$  Steigung  $\pm 1,0$ .

Hal#1 wäre  $\pm 45$  Grad und eine Steigung von  $\pm 1,0$ , max. Pot mit Steigung 0 je  $\frac{1}{8}$  WL entfernt. Constriction hätte eine größere Steigung, Enlargement eine kleinere und somit kleinere Winkel.

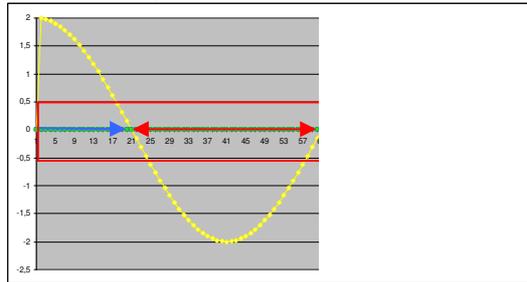
Pitch-Nulldurchgänge anhand Constriction sind näher an Druckbäuchen, und somit bei einer höheren Druckamplitude, allerdings ist das Restpotential für Erhöhung etwas geringer.

Pitch-Nulldurchgänge anhand Enlargements sind näher an Druckknoten und somit bei einer geringeren Druckamplitude, hier ist das Restpotential für Erhöhung ebenfalls geringer.

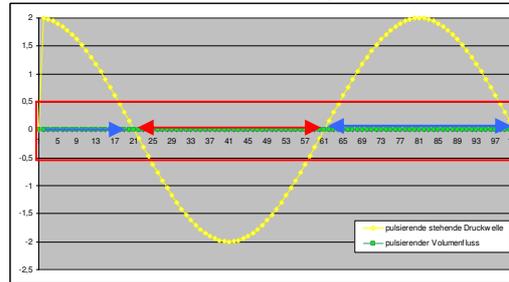
Der shared Pitchnode „Pitchversatz“ ergibt sich daher aus den Umständen, daß Constrictions bereits in der Mitte zu Druckbäuchen mehr Potential down haben, Enlargements hier aber bereits weniger Potential haben. Der Geowert ist hier das (nicht vorhandene) unperturbiertere Potential.

## Kürzen und Verlängern eines Rohres, Mode matching - Basics

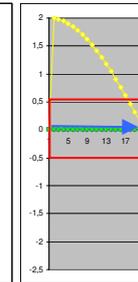
Das würde passieren, wenn man ein Rohr um genau  $\frac{1}{2}$  Wellenlänge länger oder kürzer macht:



Mode #2 ->  
Bei  $Z$  in Impedanz würde aber ->  
Der Abstand aller Druckknoten ->



würde Mode #3, aber selbe Freq.  
 $Z$  in Magnitude schwächer  
bliebe gleich = gleiche Frequenz.



bzw. Mode #1  
 $Z$  in stärker

Bei einer Perturbation werden Frequenz und Magnitude abgeändert, ohne daß die physikalische Rohrlänge sich ändert. Frequenz=Druckknotenabstände, Magnitude= reflektierter Anteil der rücklaufenden Druckwellen.

### Akustische Masse bzw. Feder anhand Volumenänderung:

Nimmt man 980 mm mit Dia 10mm und die restlichen 20mm mit Dia 11 mm bzw. 9 mm, bildet dann jeweils Gesamtvolumen der Länge 1000mm, so ergibt sich ein Diff. Volumenfaktor  $q_0^2$  von 1,008, die Wurzel daraus  $q_0 = 1,004$  was einem Längenfaktor entspricht und somit  $\sim 7$ Cent.

Abhängig vom Ort im Rohr bildet das +/- Volumen die „Masse eines Luftpropfens“ der mitschwingen muß (Vertiefung, längere akustisch wirksame äquiv. Länge), oder ein Volumen mit Federsteifigkeit, die das Rohr akustisch wirksam verkürzt.

Das mag bei  $X \sim 0,2$  ein Zufall sein, trifft aber im gesuchten Perturbationsgrößenbereich recht gut. Bei einer Perturbationslänge von  $0,25 \cdot$  Rohr Länge ergibt sich eine Größenordnung von  $\sim 50$ mm bzw.  $\sim 88$  Cent als Geomittel, entspricht also der  $q_0^2$  Berechnung ebenfalls sehr gut.

### Vergleich offene Rohrenden und Druckknoten:

wird das Rohr hier um  $\frac{1}{2}$  WL verlängert, ändert sich die Resonanzfrequenz nicht (aber Mode #)  
wird das Rohr an Druckknoten gekappt, ändert sich die Resonanzfrequenz nicht (aber Mode #)

wird das Rohr hier verengt, =negatives Volumen eines Luftpropfens, wird global verteilt = verlängert  
Trägheit der Masse des Luftpropfens bremst. Dieser Effekt wirkt global stärker als die folgenden.

Enlargement Druckknoten: = positives Volumen verkürzt, wird global abgezogen = verkürzt  
fehlende Masse des Luftpropfens im Rohr = dessen fehlende Trägheit erhöht „Springiness“.  
Dieser Effekt wirkt global schwächer als die folgenden.  
Der lokale Druckknoten verschiebt sich nicht, die restlichen schon.

### Vergleich geschlossene Rohrenden und Druckbäuche:

wird das Rohr hier um  $\frac{1}{2}$  WL verlängert, ändert sich die Resonanzfrequenz nicht, aber die Mode #!  
Wird das Rohr hier erweitert = mehr Volumen+Masse, wirkt das wie eine kleine Verlängerung  
wird das Rohr hier verengt = negatives Volumen, wirkt das wie eine kleine Rohrverkürzung  
Der Effekt an Druckbäuchen ist annähernd gleich, vom globalen Potential her ein mittlerer Wert.

Der lokale Druckbauch kann sich hier nicht verschieben, die restlichen schon. Dazwischen, wo sich die Kräfte gerade ausgleichen liegen durchgangsweise die „Pitch-Nodes“.

### Simulationsergebnisse Zylinder – Perturbation, ART Teil 2C:

Nimmt man die Ergebnisse aus Teil 2C – Zylinder, so decken sich diese weitgehend mit den nun gefundenen  $q_0^2$  Pitch-Abweichungen.

Flächenänderungen durch Constrictions von 10 auf 9mm sind etwas geringer  $X=0,19$  gegenüber den Enlargements von 10 auf 11mm mit  $X=0,21$  aber stärker als invers proportionale Querschnitt Flächenänderungen ( $-X$  wäre 0,1736). Constrictions haben dadurch etwas mehr Potential als Enlargements. Die Perturbationslänge war ident mit 20mm.

An Druckbäuchen ist bei äquivalenter Flächenänderung ( $X=0,21$ ) und Perturbationslänge 20mm auch vergleichbares Änderungspotential von  $\sim \pm 7,5$  Cent bei allen Modes! An Druckknoten dagegen liegt das Potential mit Enlargements bei nur +6 Cent, das Potential mit Constrictions dagegen bei  $-8,5$  bis  $-9$  Cent.

Der Versatz der „shared“ Pitchnodes beträgt rund 10% des Pitch Potentials:  $-0,7$  Cent down. Dieser ergibt sich aus der Querschnittänderung, die Perturbationslänge hat keinen Einfluss darauf.

Die max. globalen Pitch Änderungen entlang der Rohrachse werden mit höheren Modes am geschlossenen Ende sogar geringfügig etwas geringer (um  $\sim 0,5$  Cent).

$2^{(1/1200)^+}$  (+/-) Cent = Frequenzfaktor;       $1/\text{Frequ. Faktor} = \text{Längenfaktor}$   
 $2^{(1/1200)^-}$  (+/-) Cent = Längenfaktor       $1/\text{Längenfaktor} = \text{Frequenzfaktor}$

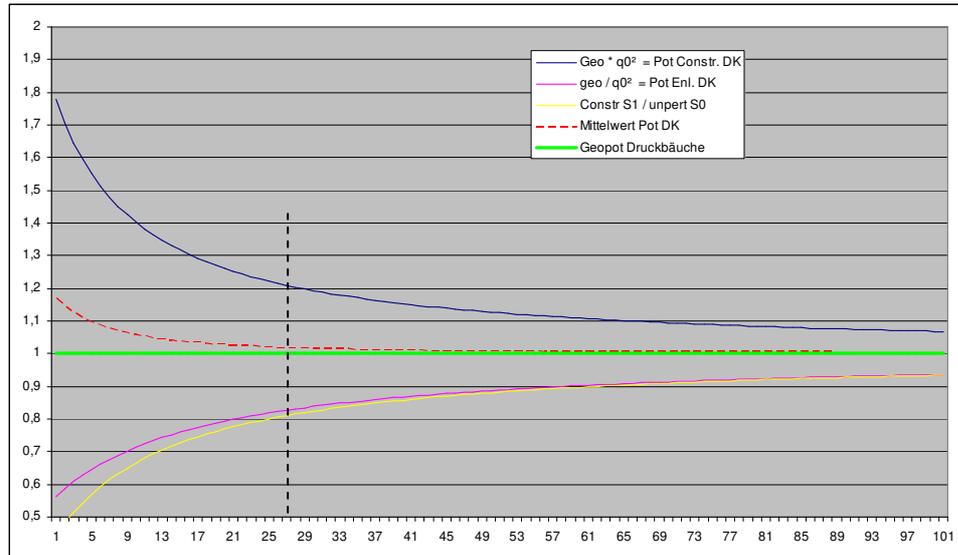
= bei einer Rohrlänge 1000mm (und  $\sim 22^\circ$  Celsius):

$-1,0$  Cent = +0,577 mm       $-8$  Cent = +4,610 mm       $+7,5$  Cent = - 4,3228 mm kürzer  
 $-0,7$  Cent = +0,4mm       $+6$  Cent = -3,471 mm       $-7,5$  Cent = +4,3415 mm länger

Der effektive Frequenzfaktor ist bei +Cent höher als bei –Cent, wenn die Centbeträge gleich sind. Die effektive akust. wirksame Rohrlängenänderung ist bei +Cent geringer als bei –Cent, ---,---- da Centbeträge ein logarithmisches Maß darstellen, Frequenz und Länge aber invers prop. sind.

## Simulationsergebnisse Frustum – Perturbation, ART Teil 2C:

Konus closed-open,  $b=0,1$  mit Dia 3-30mm, Länge 1000mm, Perturbation = +/-1mm Dia aus ART Teil 2C. Am kleinen Ende links ist die Perturbation sehr stark, nimmt dann ab.



bei  $x=26\text{mm}$  ist der  $q0^2$  Faktor 1,21 ident mit Zylinder closed-open Dia 10mm, Länge 1000m bei selber Perturbation,  $+1\text{mm}$ ,  $1/q0^2 = 0,8264$  arithm. Mittelwert = 1,7%  
Das erzielte Potential mit diesem  $q0^2$  Faktor ist wiederum rund 7 Cent, allerdings anders verteilt.

Je größer das Querschnittsverhältnis  $q0^2$  ausfällt, umso stärker wächst bei einem Zylinder das Potential Ungleichgewicht von Enlargements zugunsten Constrictions. Der rote arithm. Mittelwert zeigt den theoretischen Potentialüberschuss beim Konus. Hier ändert sich  $q0^2$  entlang der Achse, beim Zylinder wäre es linear.

$q0^2$  ergäbe ein maximal theoretisches Ungleichgewicht am geschlossenen Ende – theoretisch daher, weil hier keine Druckknoten sind, sondern Druckbäuche ohne Ungleichgewicht.

Aber auch sonst ist die  $q0^2$  Formel beim Konus nicht anwendbar. Das Potential (akustische Masse) vor und nach der Perturbation sind zu unterschiedlich, max. Pitch Pot liegt an Druckbäuchen und an Flussbäuchen, aber nicht an Druckknoten. Sind das beim Zylinder idente Positionen, so sind diese beim Konus stark verschoben, Flussbäuche liegen näher Richtung kleines geschlossenes Ende.

## Unterschiedliche Ergebnisse mit Trompete inkl. Mundstück, Mundrohr und Schallbecher:

Die ART Simulation Teil 3, Bb-Trompete, Plane Wave ergab Mittelwerte Mode #2-#12  
 Enl. DB -4,2 Cent / Enl. DK = +3,8 =  $q0^2$  1,11  $q0^4 = 1,236$   
 gäbe -4,2 \*  $q0^2$  1,11 = -4,66 Constr. DK.  
 bzw. wäre +3,8 \*  $q0^4$  1,23 = -4,66 Constr. DK.

Bei den Simulationen mit ART, Bias© und Bios© war die Durchmesseränderung jeweils konstant, aber nicht der Querschnittfaktor. Constrictions mit Hülse 1mm sind stärker als invers proportional zu Enlargements, an Druckknoten wurde aber noch stärkere Vertiefung gefunden:

Const DB +3,9                      Constr DK -4,9                       $q0^2=1,135$                        $q0^4= 1,29$ ;

ist also stärker als die HAL Berechnung, der Versatz nach unten viel größer. Was fehlt bei der HAL-Formel ? ---> **Verluste!** Oder diese sind in der Simulation falsch modelliert.

Simulationen und physische Messungen passen hier auch nicht zusammen. Einengungen sind in der Simulation immer stark überdimensioniert, sowohl bei Pitch wie auch bei Z in Magnituden.

## Diskussion:

Vergleicht man diese Berechnungen und Ergebnisse, so stellt sich heraus, daß meine Simulation aus dem Jahr 2021 die selben Größenordnungen (bei gleicher Geometrie) geliefert hat: ~ +/-6-8 Cent, egal welche Wellenlänge = welcher Mode von der Perturbation zwangsweise betroffen ist.

Jetzt komme ich aber doch etwas ins Grübeln. Warum ist Mode 1, wo nur  $\frac{1}{4}$  WL in das Rohr passen in gleicher Weise von einer kleinen Perturbation betroffen wie Mode 2 und 3, obwohl das Längenverhältnis der Perturbationslänge zur Wellenlänge völlig anders ist?

Prinzipiell ist das max. Potential einer einzelnen lokalen Perturbation die Perturbationslänge von einem Pitchnode bis zum nächsten; dh. bei annähernd  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge, was bedeutet, daß der Mode mit der passenden unperturbierten  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge viel stärker verändert werden müsste.

## Lösung: Perturbationen sind jeweils lokal, die Ergebnisse und Effekte sind aber global!

Nun ist es so, daß ein perturbierter Druckbauch – bei Enlargement lokal „schlanker“ wird, was bedeutet, daß der Abstand aller – mit Ausnahme zum perturbierten größer wird, sich alle Druckknoten neu anordnen und somit eine neue effektive  $\frac{1}{4}$  WL das Instrument akustisch länger erscheinen lässt, als es anhand der Bierdeckel-Formel ist. D.h. die lokale Änderung muß sich mit zunehmender Mode-Nummer auf immer mehr vorhandene Druckknoten aufteilen, die globale Änderung der  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge ist daher mit zunehmenden Mode # geringer:

Bei	$\frac{1}{4}$ WL	perturb. Länge=	#Druckbäuche	#Druckknoten	#perturbiert	#nicht perturbiert
Mode1	1,00m	2%	1	1	-1	1
Mode2	0,33m	6%	2	2	-1	3
Mode3	0,20m	10%	3	3	-1	5
Mode4	0,14m	14%	4	4	-1	7
Mode5	0,11m	18%	5	5	-1	9

Änderungspotential +/-7 Cent ~Frequ. Faktor 1,0042 od. Differenz 4,2 Promille bei ~allen Modes

Nehmen wir den perturbierten Längenanteil und teilen diesen durch die Anzahl der nicht perturbierten Punkte, so erhalten wir bei allen Modes **wiederum ~2%**, was ja auch logisch ist, da alle Druckbäuche und Knoten in das Rohr passen müssen, und somit die Pert. Länge stimmt.

D.h. wir haben den Fall, daß bei Mode 5 zwar lokal das 9-fache Potential schlagend wird, es aber auf 9 mal mehr „unperturbierter“ Bereiche aufgeteilt wird und somit die effektive globale Änderung 9 mal kleiner ist als die lokal erzeugte Störung. Daher ergibt sich das annähernd gleiche globale Änderungspotential, solange die Perturbation wesentlich kürzer als eine  $\frac{1}{4}$  WL ist.

Beim Zylinder bleibt die Querschnitt-Flächenänderung, daraus Volumenänderung und  $(\alpha-1)$  somit konstant über die Rohrlänge. Bei Versuchen mit Blechblasinstrumenten und Simulationen von Frustum (konisches Rohr mit fehlender Spitze) ist das eindeutig nicht der Fall, was allerdings nun in einem neuen Licht betrachtet werden kann.

Auch bei Konus und bei der komplette Trompete muß obige Aussage zutreffen, und tut es auch zu einem guten Anteil. Beim Versuch mit dem Frustum wurde eine im Durchmesser gleichbleibende Perturbation durch den immer größer werdenden Querschnitt geschoben. D.h. die Perturbation wurde zwar nicht kürzer, allerdings der Querschnittfaktor immer kleiner und somit das Potential. Es ergibt sich dadurch ein Ungleichgewicht insofern, daß der Einfluß auf tiefe Modes mit der Entfernung vom kleinen Ende stetig immer mehr abnimmt, bei hohen Modes aber weniger, diese haben daher mehr globales Potential als tiefere Moden.

Bei Blechblasinstrumenten hat das Mundstück und in Verlängerung das Mundrohr einen sehr großen Einfluss darauf, welche Frequenzen sich wie leicht verändern lassen, und zwar in Frequenz also Pitch, als auch in Input Impedanz Magnituden. Speziell hier gibt es 4 Haupteffekte, die auf das globale Frequenz Potential von lokalen Perturbationen Auswirkungen haben:

1. Oben genannte erzwungene Neuausrichtung der Druckknoten und Druck-Verteilung
2. Mundstück und Schallbecher ändern ihre akustisch wirksame Länge frequenzabhängig zusätzlich in bestimmte Richtungen und wirken so teilweise entgegengesetzt oder additiv.
3. „Starke“ Resonanz-Spitzen lassen sich weniger in Frequenz verschieben als in Magnitude. Speziell durch das Mundstück, Mundrohr und Schallbecher sind Blechblasinstrumente bereits zu einem Gutteil an ihre Limits angenähert und ein restliches Potential nur noch schwächer abrufbar.
4. Im leicht steigenden Schallbecherbeginn kommen Effekte a la Frustum dazu. Alles das ist beim Zylinder nicht der Fall und er kann daher gleichmäßiger aus seiner Ruhelage gebracht werden.

### Pitch Potential – Größenordnungen:

20% entspricht in etwa Querschnittflächenänderungen, wie sie durch Gaps bei Innen- und Aussenzügen an Trompeten vorkommen, also ca. 12 zu 11mm Durchmesserunterschied.

Daher kann ein grober Überblick gegeben werden (Mode 2, closed-open Zylinder 1000mm):

Perturbation Länge	Durchmesser	$\Delta S$	Pot down,Cent	Pot up Cent	$\sim q^2$
20mm Constr.	von 10 auf 8,885mm	-0,21	-9,2 DK	7,2 DB	* 1,28 1,53
Constr.	von 10 auf 9,00 mm	-0,19	-8,1 DK	6,5 DB	* 1,25 1,47
Enlargement	von 10 auf 11,00 mm	+0,21	-7,28DB	6,0 DK	/1,21 1,53
Enlargement	von 10 auf 10,91mm	+0,19	-6,6 DB	5,5 DK	/1,20 1,47

Perturbation Länge	Durchmesser	$\Delta S$	Pot down	Pot up	$\sim q^2$
20mm Constr.	von 11 auf 10,00 mm	-0,173	-7,3 DK	6,0	* 1,22 1,43
Constr.	von 11 auf 9,90 mm	-0,19	-8,1 DK	6,5	* 1,25 1,47
Enlargement	von 11 auf 11,90 mm	+0,173	-6,0	5,1 DK	/1,18 1,43
Enlargement	von 11 auf 12,00 mm	+0,19	-6,6	5,5 DK	/1,20 1,47

Perturbation Länge	Durchmesser	$\Delta S$	Pot down	Pot up	
20mm Constr.	von 11,7 auf 10,70 mm	-0,164	-6,8 DK	5,6	* 1,21
Enlargement	von 11,7 auf 12,70 mm	+0,178	-6,2	5,2 DK	/1,19

Gelb und Grün markiert sind ~„vergleichbar“ bezüglich Pitch Änderungspotential +/- bei  $\Delta S$

Umso geringer  $\Delta S$ , desto weniger Ungleichgewicht kann entstehen!

#### Perturbationslänge:

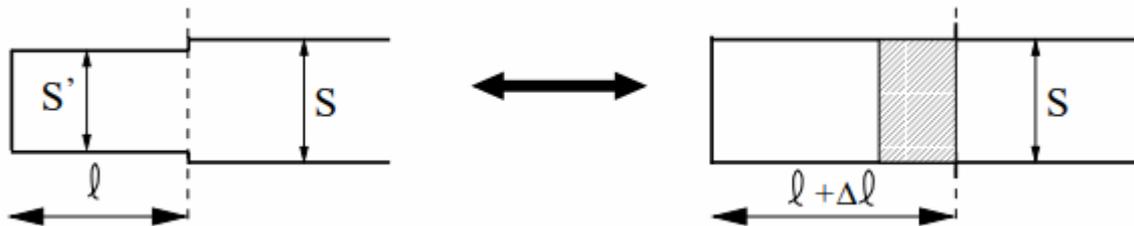
Eine Perturbationslänge von 20mm = 6 % einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge bei Mode #2 und Rohrlänge 1000mm hat somit ein höheres Potential als bei längeren Rohrlängen von z.b. Bb-Trompeten:

V0 = ohne Ventile	$\sim 1400\text{mm}^*$	$\sim 4,3\%$	Perturbationslänge	$\sim 72\%$	Potential
V123 = alle 3 Ventile gedrückt	$\sim 2000\text{mm}^*$	$\sim 3,0\%$	-,-	$\sim 50\%$	Potential
				gegen 6%	

Die akustische Länge variiert allerdings stark mit der Frequenz (Schallbecher, Mundstück) und somit das mögliche Potential, das ist bei einem Zylinder nicht der Fall.

Nicht zu vergessen: Die effektiv wirksame PL ist eine Sinusfunktion, d.h. kürzerer Perturbationslängenanteile haben überdurchschnittlich starkes Potential.

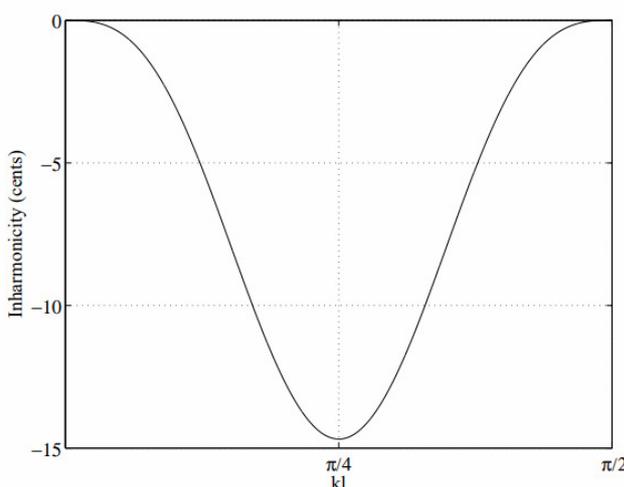
HAL / Pitch - Boresteps:



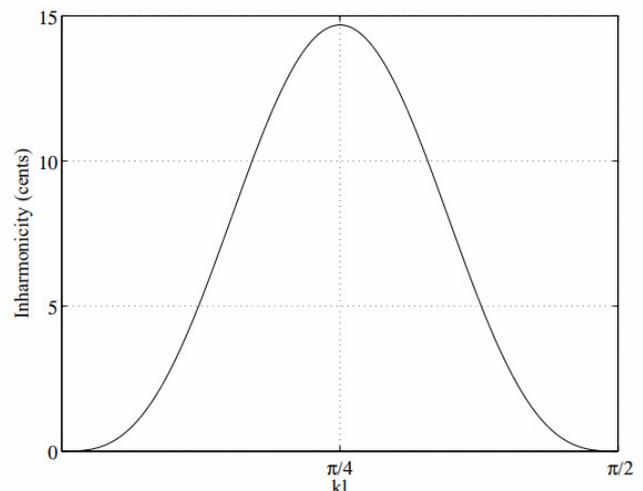
Ein Borestep = eine sprunghafte Querschnittänderung bei L = Eine Perturbation mit Start = 0  
 Der geänderte Querschnitt ist am Beginn (S').

$$k\Delta\ell \simeq \frac{1}{2}(\alpha - 1) \sin 2k\ell \quad \text{und} \quad IH \simeq \frac{4}{3\pi}(\alpha - 1) \sin^3 2k_1\ell$$

Der Term  $\sin 2kL$  bleibt hier immer positiv, da aus einer  $\frac{1}{4}$  Schwingung die erste Hälfte einer Sinuskurve entsteht. D.h. es gibt nur einseitige Änderungen zwischen Mode 1 und 2. (Beide haben zu Beginn einen Druckbauch). Als Konsequenz ist für das Vorzeichen der Inharmonizität zwischen Mode 1 zu Mode 2 hier nur der Anteil der Querschnittänderung  $(\alpha-1)$  ausschlaggebend, als Beispiel für eine Veränderung des Querschnitts von 2 %:



Bei einer Einengung um 2%



Bei einer Aufweitung um 2%:

*Abrupt change in cross section*

Looking for a equivalent system of section  $S$ , one can write at the discontinuity

$$-jY'_c \tan k\ell = -jY_c \tan k(\ell + \Delta\ell)$$

where  $Y'_c = S'/\rho c$  and  $Y_c = S/\rho c$ . Manipulating the above expression gives result in

$$k\Delta\ell = \text{Arctan} \left( \frac{\frac{1}{2}(\alpha - 1) \sin 2k\ell}{1 + (\alpha - 1) \sin^2 k\ell} \right), \quad (\text{A.1})$$

where  $\alpha = S'/S$  is the ratio of cross sections of the tubes located upstream and downstream the discontinuity.

upstream = geschlossenes Ende, downstream = offenes Ende.

**Borestep / Querschnitt-Sprung: lokale Reflektion <- , und Transmission ->:**

normierte Druckamplitude 1,0 - Reflektionsfaktor  $r = 1 - (\text{absolut } r) = \text{Transmissionsfaktor}$

$q0^2$  = der Flächenfaktor (  $S' / S$  ) d.h.  $>1,0$  bei Enlargement,  $<1,0$  bei Constriction  
 $1 - q0^2$  =  $-Xe$  = - bei Enlargement,  $-r$   
 $1 - (1/q0^2)$  =  $+Xc$  = + bei Constriction +r

Es ergibt sich, daß  $(1-r) / (1+r) = q0^2$  und  $(S-S') / (S+S') = -r$  Reflektionsfaktor  
 $(1-q0^2) / (1+q0^2) = -r$   
 und (invers)  $Zc'-Zc / Zc' + Zc = -r$  Reflektionsfaktor

An impedance mismatch is the cause, that a reflection occurs. Inside a tube it is best described by the changed cross section area.

$r$  ist bei Enlargement negativ =  $-180^\circ$  Phasendrehung Reflektion  $(1-q0^2) / (1+q0^2) = -r$   
 und bei Constriction positiv ( $+0^\circ$  Phasendrehung der Reflektion)  $(1-1/q0^2) / (1+1/q0^2) = +r$

Gibt: Positive Borestep at Pressure Nodes = max. constructive Interference = + Magn. Pot % Zin,  
 Negative Borestep at –“ = max. destructive Interference = - Magn. Pot. % Zin

$$\Rightarrow \frac{p_1^+ - p_1^-}{p_1^+ + p_1^-} = \frac{1-r}{1+r} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ mit } r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \quad \frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \frac{1-r}{1+r} \Rightarrow r = \frac{1 - \frac{p_{\min}}{p_{\max}}}{1 + \frac{p_{\min}}{p_{\max}}} = 1/q0^2 \text{ enl. oder } q0^2 \text{ constr.}$$

=  $1/q0^2$  anhand Querschnittflächenänderung = vor  $-$ rücklaufender Druck / vor  $+$ rücklaufender Druck.  
 bei Enlargement  $S-S' = \text{kleiner Wert} = P_{\min} = 1 - q0^2$   $S+S' = \text{größerer Wert} = P_{\max} = 1 + q0^2$   
 $1/q0^2 = P_{\min}/P_{\max}$ ,  $q0^2 = P_{\max}/P_{\min}$ , Wurzel aus [ $q0^2 * (1/q0^2)$ ] =  $>$ Pressure Geomittelwert = 1,0  
 $+ / - r =$  ist dabei der reflektierte Anteil anhand sprunghafter Querschnittflächenänderung (Borestep).  
 Betrag  $r$  (absolut) ist ebenso das (harmonische Mittel aus  $+Xe$  und  $+Xc$ ) / 2.

Die lokale charakteristische Impedanz ändert sich anhand der Querschnittfläche invers proportional, da per Definition Dichte\*Phasengeschwindigkeit / Fläche. Nach einer Rohrerweiterung ist also die lokale char. Impedanz  $/q0^2$  kleiner, an einem offenen Rohrende extrem viel kleiner.  $Zc$  ändert sich anhand  $1/q0^2$ , sofern sich Dichte und Geschwindigkeit nicht ändern, Maxima anhand  $1/q0$ , Minima anhand  $1/q0^3$ , aber es gibt Verluste, die diese schönen mathematischen Verhältnisse abändern.

Reflektion  $r$  ist bei  $q0^2=1,02 \sim 1\%$ ,  $q0^2=1,21 \sim 9,5\%$   $q0^2=2,0 \sim 33,3\%$   $q0^2=4,0 \sim 60\%$ ,  $q0^2=10 \sim 98\%$   
 d.h. bei 1% Durchmesseränderung rund 1%, bei offenen Enden beinahe 100%, nur Rest wird abgestrahlt.

Kurze lokale Perturbationen canceln diese Reflektionen allerdings beinahe aus, Reflektionen selbst an „kleineren“ Störstellen sollten also nicht die Inputmagnituden Unterschiede anhand von kleineren Perturbationen erklären können. Wohl sollte bedacht werden daß diese Reflektionen aber an Boresteps und in Hörnern auftreten, auch wenn es hier dann „geglättete“ Steps sind. Viele solcher kleiner Reflektionen (z.b. in einem Mundrohr, Horn), summieren sich aber.

Man muß jetzt allerdings beachten, daß das „Standing Wave Ratio“, d.h. der Faktor  $q$  um den Impedanz Maxima und Minima (frequenzabhängig) von der charakteristischen Impedanz abweichen aus dem Reflection Faktor RF gebildet werden,  $SWR$  bzw  $q = (1+RF / 1-RF)$  und der RF anhand dieser Impedanzwerte:  $RF(f) = \frac{SWR(f) - 1}{SWR(f) + 1} = 1 - \frac{2}{q+1} = 1,0 - \text{Losses TL}(f) = RF(f)$

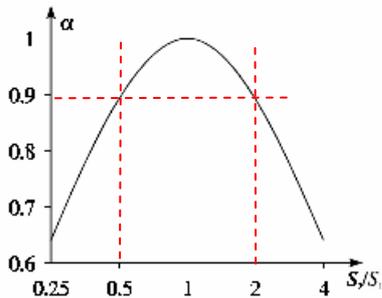
Es sind also verschiedene Reflektionsfaktoren gemeint. RF = Pressure reflected / Pressure initiated, frequenzabhängig  
 $r =$  Anteil reflektierter Druckamplitude bei einem Impedanzsprung, proportional zu Flächenänderung;  
 Diese Reflektion kann sich constructiv, neutral oder destruktiv auf die Impedanzmagnitude auswirken, allerdings muß beachtet werden, daß weniger transmittiert wird, und am offenen Ende weniger ankommt und somit auch weniger reflektiert wird. Bei der reflektierten Welle wird diese am Sprung nun wiederum reflektiert. Usw. Daraus ergibt sich „in Summe“ der Reflektionsfaktor RF, der für die Peak Magnitudenwerte (und Änderungen) am geschlossenen Ende verantwortlich ist, siehe Sideletter #2

**Absorbtion und Absorbtionsfaktor:**

Absorbtion beschreibt welche Energie für eine Reflektion nicht mehr als Schallenergie zur Verfügung steht, sondern in (Wärme) umgewandelt wurde. Hier wird allerdings die Schallintensität und nicht der Schalldruck betrachtet. Abgestrahlte, nicht mehr zur Verfügung stehende Energie ergibt einen

$$\begin{aligned} \text{Energie Absorbtionsfaktor } \alpha &= 1-r^2 &= 4 * S * S' / (S + S')^2 \\ &= P_{\text{Min}} * P_{\text{max}} &= (1-r) * (1+r) \end{aligned}$$

Solche Vergleiche werden überlicherweise bei Materialprüfungen oder Schalldämmung verwendet, es beschreibt, z.b. Wieviel Schallenergie durch einen (offenen) Türspalt dringen kann, und das ist dann vergleichsweise viel (die Reflektion zum Quadrat geringer)



$\alpha$  = Absorbtionsfaktor, doppelte Fläche =  $Q^2=2,0$  entspricht Dia \* 1,4142! Halbe Fläche = Dia \* 0,7071 d.h. bei 1/2 Fläche oder doppelter Fläche würden ~90 % abgestrahlt oder absorbiert, ~10% reflektiert.

Bei Größenordnungen von  $Q^2 = \sim 1,2$  werden bei Enlargements 0,75% an Schall Energie (Intensität) reflektiert, bei Constrictions ~1%.

## HAL / Pitch - Inharmonizität von Registern / Naturtönen (Holzblasinstrumente):

Im Fall eines closed-open Zylinders liegt Harmonizität bei 3facher Frequenz vor = Duodezime, d.h. der Intervall Oktave 1200C+ reine Quint 700C= 1900 Cent).

Das Verhältnis der 2. zur 1. Resonanzfrequenz (Inharmonizität) ergibt sich aus:

$$IH \simeq \frac{4}{3\pi}(\alpha - 1) \left( \sin^3 2k_1(\ell + \ell') - \sin^3 2k_1\ell \right)$$

Diese zusätzlichen Klammern sind wichtig. Sin<sup>3</sup> von (xxx) -> in Excel: [sin (xxx)] ^3

Term 2 und Term 3 behandeln prinzipiell nur Mode 1; und die Auswirkung der Perturbation darauf.  $2k_1$  =w-curve doppelt schnell mit Länge inkl. Perturbierter Länge -  $2k_1$  Länge ohne Perturbation. Folglich muß in **3** die Funktion für Mode 2 stecken (Hinweis: es klappt nur mit Mode 2 zu Mode 1:)

**4** = nur  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge GT passen als Resonanzen in das closed-open Rohr (gilt für beide Modes)  
**3pi** .... und sin<sup>3</sup> ..... bei der 3-fachen Frequenz des 1. Modes  $k_1$  wäre  $IH = 0$

$4 / (3 \text{ Pi}) =$  nur ist ein gleichbleibender Skalierungsfaktor für das Pitch-Potential z.B. = 0,4244..  
 $(\alpha-1)$  = Größe Änderung Querschnittfläche > + 0 bei Enlargement, < - 0 bei Constriction z.B. 0,21  
 hier ebenfalls nur ein Pitch-Potential-Faktor

Der 1. grüne Term ist quasi eine Konstante, die nur von der Querschnittänderung bestimmt wird

$IH + 1,0 =$  Frequenzfaktor Mode 2 zu Mode 1

Cent Abweichung von Harmonizität ( Inharmonizität in Cent): =  $\text{Log}((IH+1);2) * 1200$

Das ist eine kummulierte Inharmonizität zwischen diesen beiden Modes.

Eine „dimensionslose“ x Achse mit definierter Länge  $\pi/2$  (=1/4WL) und mit Skalen-Einheiten in  $k*L$ :

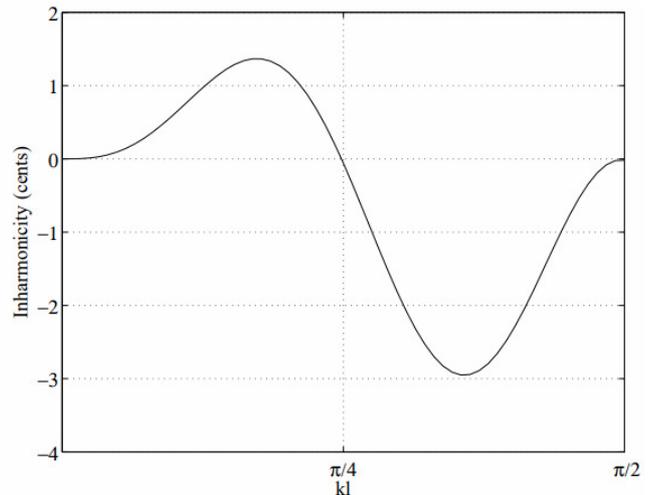
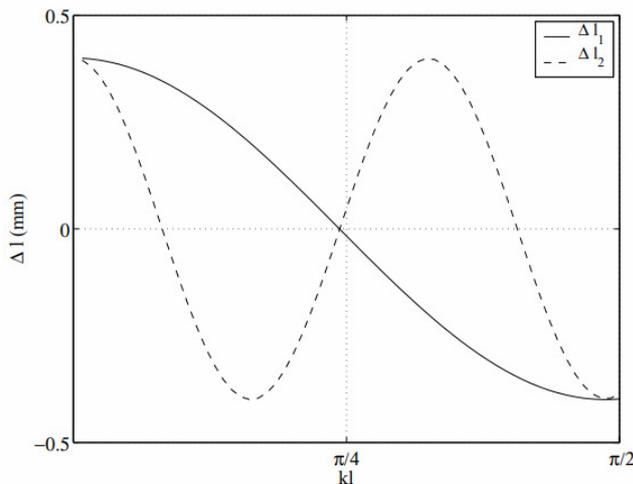
Wählt man für x ein % Skala, so wäre am geschlossen Ende links 0%, am offenen Ende rechts 100%,  
 $k * 0 = 0$  gibt den gewünschten  $\cos(0) = 1$  für die Druckskala und  $\cos(k*1)=0$  den Endwert, da  $x/\lambda=1,0$   
 Der k Wert = die Kreiswellenzahl K (n) ist umso höher, je höher der Mode (n) ist und umso schneller osziliert  
 der Cosinus Wert über den Ort x. Beim closed-open Zyl. mit  $k = 1,57.. = 1/4$  Umdrehung wird sich der Cos  
 Wert daher von nur +1 auf 0 ändern. Bei Mode 2 mit  $k 4,71$  wird der Wert  $1 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow 0 = 3 * 1/4$  oszillieren.

Definiert man die x Achse in Radiant als Funktion von Mode 1, so entspricht die Gesamtlänge  $\pi/2$ .

In der Mitte bei 50% wäre  $\pi/4$ , 25% wären  $\pi/8$  12,5% wären  $\pi/16$  usw. dh. mit jeder Teilung

$$\frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{1}{4} = \frac{\pi}{8} \quad \frac{1}{8} = \frac{\pi}{16}$$

*Diese Einteilung ist doch recht gewöhnungsbedürftig, kommt aber des öfteren „dimensionslos“ so vor.*



Ergebnisse mit der theoretischen Klarinette,

kummulierte Werte IH

hier ist der Querschnittfaktor nur 1,04 S (=Enlargement L10mm), Dia ca. 20mm, daher wenig Pot.

W-Curve Pitch als Equivalente Längenänderung dargestellt:  $\Delta L +$  = länger/tiefer;  $-$  = kürzer/höher  
Auswirkung: Enlargement durch das Instrument geschoben, strichliert = Mode 2, Linie=Mode 1

Die x - Skalen sind gewöhnungsbedürftig; sie sind als Funktion zu  $k_1 \cdot (L)$  aufgetragen:  
 $k_1$  Kreiszahl von Mode1 \* der Variable L, mit Gesamtlänge  $L = \pi/2$   
 $\pi/2$  oder 1,57..Rad oder 90 Grad oder 1/4 Wellenlänge, = das offene Ende,  
 $\pi/4$  = die Mitte des Rohres

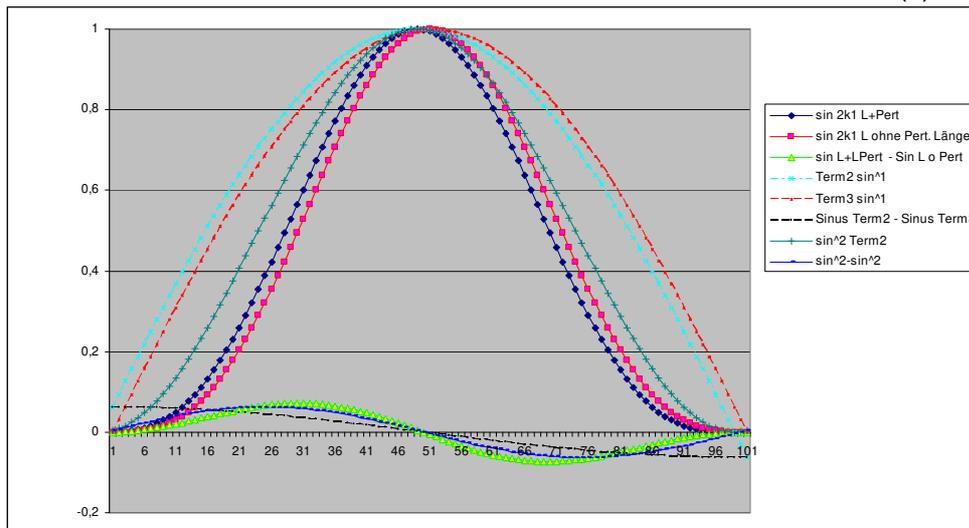
Auch diese Formel habe ich nachgerechnet, speziell der Term C interessiert mich besonders:

$\sin(2 * k * L)$  von Mode 1 = nun eine Sinuskurve mit 1/2 Wellenlänge..anstelle 1/4 WL.

was gibt  $\sin^3$  ? -----> eine Art Glockenfunktion:

$$\sin^3(\alpha) = \frac{1}{4}(3 \sin(\alpha) - \sin(3\alpha))$$

man kann auch rechnen  $\sin(x) * (\sin(x))^2$



Helblau – Versuch  $\sin^1$  Term2, Grün - Versuch  $\sin^2$  Term2,

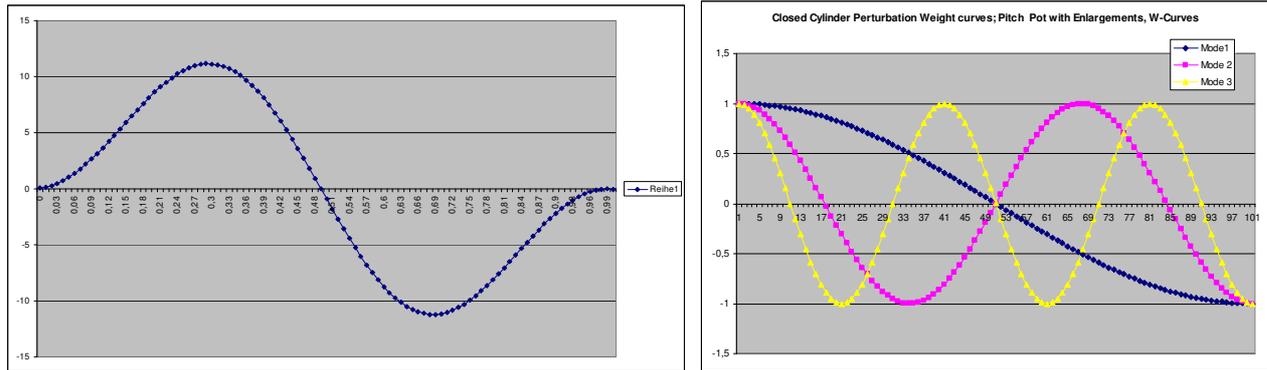
rot – Versuch  $\sin^1$  Term3; schwarz  $\sin T2 - \sin T3$   
blau = Versuch  $\sin^2 T2 - \sin^2 T3$

Blau:  $\sin^3$  Term2

Rosa:  $\sin^3$  Term3 Gelbgrün:  $\sin^3 T2 - \sin^3 T3$

ergibt letztendlich anhand  $2 * k_1$  eine halbe Sinusfunktion (2 ausgeprägte Maxima);

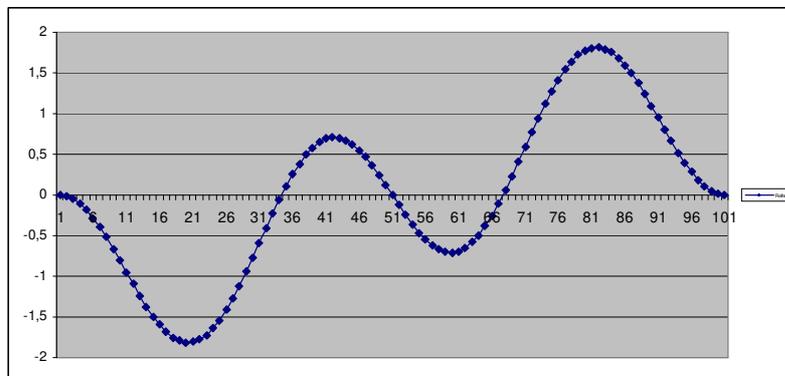
ergibt mit den Vorfaktoren Term1 \* 0,09 den Wert IH; dieser +1,0 den Frequenzfaktor; das in Cent:



Das Ergebnis Zylinder 1m, Dia 10mm, Perturbation L20mm, perturbierter Dia=11mm, Enlargement Links Inharmonizität Mode 2 zu Mode 1 in Cent ET; (das jeweilige Pitch Pot ist ~ +/-7 Cent. Mode 2 wird im 1. Teil des Rohres viel höher = gespreizte Duodezime bzw. Register

Bei 50 % Rohrlänge =  $\pi/4$  zentriert hätte diese Perturbation keine Inharmonizität = 0 Cent Abw.; Mode 2 wird im 2. Teil des Rohres viel tiefer, =gestauchte Duodezime bzw. Register die maximale Streckung von Mode 2 zu Mode 1 wäre bei ~ 30cm, Stauchung bei ~ 69cm

Rechts nochmals die einzelnen Pitch-Potentiale mit Enlargement für sich; Mode 1,2,3; Betrachtet man nur die Abweichung Mode 2 für sich, wäre ein max bei 33 und 66cm; d.h. In Summe mit den gegenteiligen Abweichungen von Mode 1 würden diese jeweils ~10% früher und später ergeben. Auch die Größenordnung in Cent passt zueinander: ~ -7 + ~ 3,5 = 10,5 Cent Abstand. Tatsächlich sind es laut Rechnung 11,2 Cent, dafür bei 30 und 69cm RL.



Mode 3 gegen Mode 1 – Inharmonizität als Weight. Pot Faktor Pitch; 1,0 = ~ 7 Cent.

Mode 3 gegen Mode 1 kummulierte IH hat 4 Wendepunkte, wobei der 1. bereits negativ ist; das würde  $-(\sin 4 \cdot k_1 \cdot L)^3$  erfordern; ich habe das nicht weiterverfolgt, da für meine Zwecke nicht erforderlich. Es lässt sich ja einfach anhand der einzelnen Modeabweichungen durch Addition genauso herausfinden (siehe Grafik.)

Es ergeben sich 2 ausgeprägte Maxima mit beinahe -14 bzw. +14 Cent Register Stauchung bzw. Spreizung. Das Intervall von Mode 1 und 3 sind 2 Oktaven 2400 Cent plus große Terz 400 Cent = 2800 Cent ET. Dh. die Differenz ist rund die Abweichung zu Just Intonation von 14 Cent.

## HAL / Pitch - Konus (Einengung) am Beginn:

*Truncated cone at the input*

This paragraph deals with the case of a perturbation in taper of length  $\ell_c$  located at distance  $\ell$  from the reed tip. Calculations for a positive and a negative taper are identical. The unique difference is that the sign of both quantities  $X$  and  $X'$  has to be inverted.

Assuming the quantities  $x_i$  to be positive and  $x_2 > x_1$ , and noting that the two inductances located at points  $\ell$  and  $\ell + \ell_c$  are positive and negative respectively, the following system is derived :

$$\begin{cases} Y_{up2} = Y_2 + Y_{down2} & \text{at point } \ell + \ell_c \text{ (} x_2 > 0 \text{) and } L > 0 , \\ Y_{up1} = -Y_1 + Y_{down} & \text{at point } \ell \text{ (} x_1 > 0 \text{) and } L < 0 , \\ Y_{down1} = -jY_c \tan k(\ell + \ell_c + \Delta\ell) , \end{cases}$$

where  $\Delta\ell$  is the global length correction.

Denoting  $X = \frac{\ell}{x_1}$  and  $X' = \frac{\ell + \ell_c}{x_2}$ , the result is

$$k\Delta\ell = \text{Arctan } \Lambda , \quad (\text{A.3})$$

where

$$\Lambda = \left( \frac{X \frac{\cos^2 k(\ell + \ell_c)}{k(\ell + \ell_c)} - X' \frac{\cos^2 k\ell}{k\ell} + X X' \frac{\cos k\ell}{k\ell} \frac{\cos k(\ell + \ell_c)}{k(\ell + \ell_c)} \sin k\ell_c}{1 - \frac{1}{2} X' \frac{\sin 2k\ell}{k\ell} + \frac{1}{2} X \frac{\sin 2k(\ell + \ell_c)}{k(\ell + \ell_c)} + X X' \frac{\cos k\ell}{k\ell} \frac{\sin k(\ell + \ell_c)}{k(\ell + \ell_c)} \tan k(\ell + \ell_c) \sin k\ell_c} \right)$$

In the limit of small perturbation, the length correction for a truncated cone is the sum of the length correction associated with both changes in taper.

Quelle: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00000589/document>

## Komplexe „Admittance“ oder der komplexe „Scheinleitwert“

Die HAL Formeln sind Folgerungen der „**lokalen Admittance**“, des komplexen „Scheinleitwerts“. Es ist das komplex Inverse vom komplexen Scheinwiderstand  $= 1/\underline{Z}$ , der Betrag von  $|Y| = 1/|Z|$  bekannt als akustische Impedanz: An einem lokalen Ort  $L$  (Start der Perturbation) und am Ende der Perturbation ( $L+L'$ ), anhand der bereits beobachteten lokalen „Staumauer-Effekte“.

$Y_c =$  *charakteristische* akustische Admittance in einem Rohr = das Verhältnis von akustischem Volumenfluss zu akustischen (Wechsel)-Druckverhältnissen.  $Y_c = S/\rho c$   
mit  $S$  = Querschnittfläche;  $\rho$  = Dichte des Übertragungsmediums (Luft) \* mittlere Geschwindigkeit.

$Z_{Fc} =$  *charakteristische* akustische *Fluss*-Impedanz ist das Gegenteil: (Wechsel-)Druckpotential zu Volumenfluss-Potential und bestimmt den Widerstand gegenüber der Wellenausbreitung.  
Rohr:  $Z_c = \rho c / S =$  Dichte \* Geschwindigkeit / Querschnittfläche.

Admittance  $Y$  lokal ergibt global:  $Y_{up} = Y + Y_{down}$      $Y = Y_{up} - Y_{down}$      $-Y_{up} = Y - Y_{down}$ .  
up = Richtung geschlossenes Ende, down = Richtung offenes Ende am Punkt der „Störung“.

Sieht man in Richtung offenes Ende des Rohres, dann ist nach der Perturbation:

Admittance Y down:  $-jY_c \tan k(\ell + \Delta\ell)$  \*\*\*

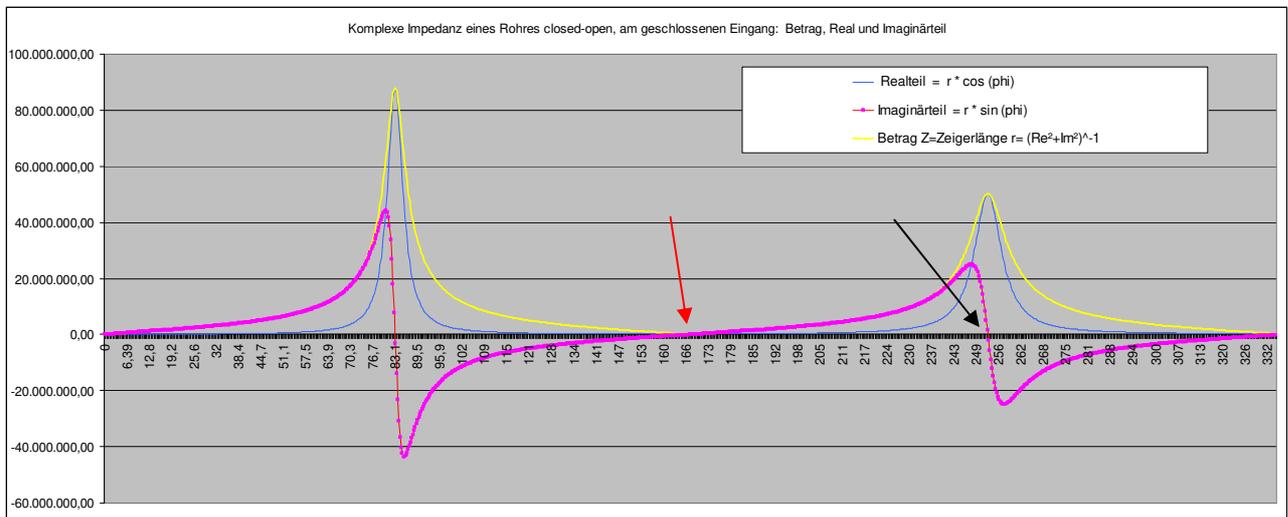
ergibt:  $-jY_c \tan k\ell = Y - jY_c \tan k(\ell + \Delta\ell)$  \*\*\*

\*\*\*hier fehlt L' (da eine generelle Formulierung z.b. anhand Borestep oder Tonloch ohne L', etc.).

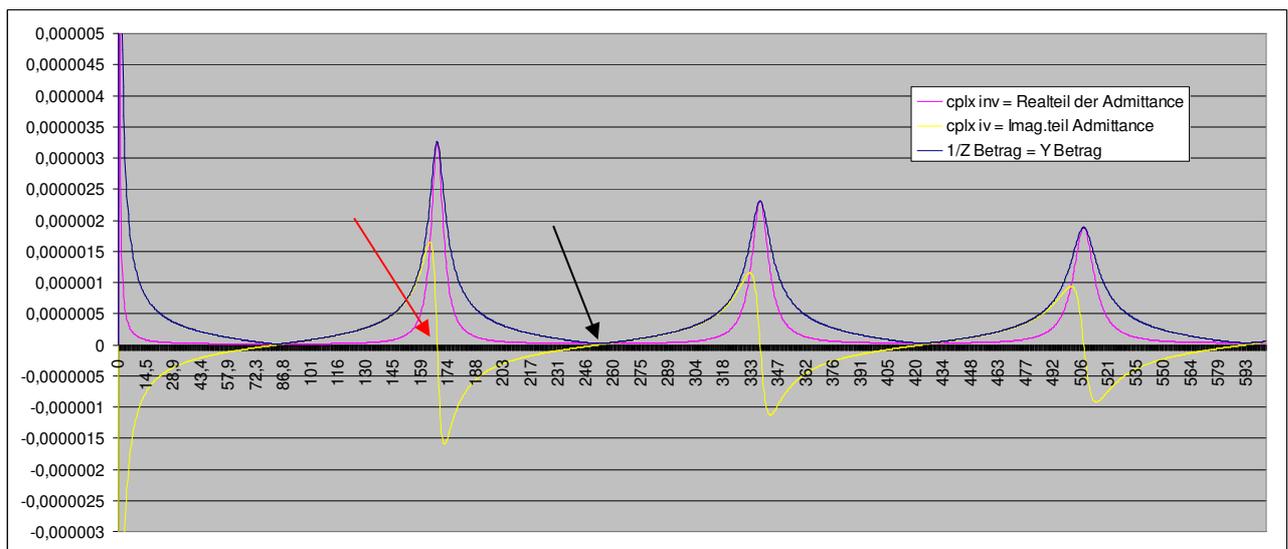
Im Fall einer Perturbation über Querschnittänderung:

$$\begin{cases} Y_{up1} = -jY_c \tan k\ell & \text{at point } \ell \\ Y_{down2} = -jY_c \tan k(\ell + \ell' + \Delta\ell) & \text{at point } \ell + \ell' \end{cases}, \text{ das ergibt:}$$

$$k\Delta\ell = \text{Arctan} \left( \frac{-j\frac{Y}{Y_c} \cos^2 k\ell}{1 - \frac{1}{2}j\frac{Y}{Y_c} \sin 2k\ell} \right) \text{ bei sehr kleinen Störungen:~} \quad k\Delta\ell \simeq -j\frac{Y}{Y_c} \cos^2 k\ell$$



closed-open Zylinder, Impedanz rot=Antiresonanz, schwarz: Resonanz, Mode #2



closed-open Zylinder, Admittancekurve; rot=Antiresonanz, schwarz: Resonanz, Mode #2

Y hier sollte einfach  $Y_c$  mit dem geänderten Querschnitt sein.

$\tan$  = Steigung eines Winkels, -->  $\arctan(\tan)$  = Winkel der Steigung!  
Polsprünge bei Pressure Nodes ! neg nach positiv.

$$-Y_c \text{ up} = Y \text{ Pert } L' \text{ lokal} - Y_c \text{ down}$$

$$\text{up} = \text{pert} - \text{down}$$

$$\begin{aligned} \tan kL = y - \tan kL + L1 + \text{diff}L \quad \text{at } L + L1 \\ -1/Z_c \quad y_c \tan kx - 0,5PL = 1/Z_c \text{ pert } (y) - \quad -1/Z_c \quad y_c \tan kx + 0,5PL + \text{diff}L \\ \text{at } x - 0,5PL \quad \text{at } x \quad \quad \quad \text{at } x + 0,5PL. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -Z_c \text{ up} = Z_c \text{ Pert} \quad - \quad -Z_c \text{ down} & \quad Z_c \text{ Pert Enl} = \text{kleiner} \quad 1/Z_c = \text{Pert größer} \\ -1/Z_c \text{ up} = \text{Enl größer} \quad -1/Z_c \text{ down} & \quad Z_c \text{ Pert Constr} = \text{größer} \quad 1/Z_c = \text{Pert kleiner} \\ -1/Z_c \text{ up} = \text{Constr. kleiner} \quad -1/Z_c \text{ down} & \quad -Z_c \text{ up} = \text{Enl } Z_c \text{ kleiner} \quad -Z_c \text{ down} \\ & \quad -Z_c \text{ up} = \text{Constr. } Z_c \text{ größer} \quad -Z_c \text{ down} \end{aligned}$$

$\tan k^* (L + PL + \text{diff}L) = \text{größer Winkel}$ , Steigung höher als ohne Pert, wenn  $\text{diff}L +$ , tiefere Freq.  
Steigung kleiner als ohne Pert, wenn  $\text{diff}L -$ , höhere Freq.

in Y steckt Impedanz-Magnitude – dies wird im HAL Papier aber nicht andiskutiert;

$Z_c$  bei 10mm Rohr = 5,25 Mio „akustische Ohm“, (Widerstand), 11mm: ~4,3 Mio Ohm = kleiner  
 $Y_c$  bei 10mm Rohr = 1/5,25 Mo (Leitwert) 11mm: ~1/4,3 = größer

Die Admittanz ist an aufsteigenden Peakflanken immer minus, Peak=Nulldurchgang,  
bei abfallenden Peakflanken immer plus, an Impedanzminima Polsprung/fallend.

Am Eingang: Druck zu Fluss = Impedanz: Ruhelage wenn keine Perturbation.

Einengung Druckbauch oder Enlargement Druckknoten = höhere globale Resonanzfrequenz

Der perturbierter Bereich wird „breiter“, mit einer höheren lokalen  $Z_c$  am Druckknoten.

mit einer geringeren lokalen Admittance am Knoten.

Der imaginäre Teil der Admittanz hat bei Resonanzfrequ. einen Nulldurchgang steigend,  
wird die Freq. höher, dann liegt der Nulldurchgang höher, an der Stelle wo jetzt der Nulldurchgang  
ist, ist der Admittanzwert dann global nach minus abgeändert.

Wird die globale Res. tiefer, dann ist der Admittanzwert dann global nach plus abgeändert.

Der Nulldurchgang liegt aber immer bei der geänderten Res. Frequ., daher nicht größer/kleiner.

Enlargement an einem Druckknoten: lokaler Druckknotenbereich breiter, globale Res. höher

Wenn  $X_c = X_e$

Enlargement an Knoten weniger Potential als Constriction

Wenn  $X_c$  inv. prop. kleiner  $X_e$

Pitch Pot down =  $X_e$

Pitch Pot up =  $X_e/q_0^2$

Enlargement vor einem Druckbauch: Stau in Richtung Input,  $Z$  Input größer =  $Y$  Input kleiner

Richtung Output sind Druckbäuche + Knoten aufgeweicht

Enlargement an einem Druckbauch: lokaler Druckbauchbereich schmaler, globale Res. tiefer

Wenn  $X_c = X_e$

selbes Potential von Enlargements / Constrictions.

Wenn  $X_c$  inv. prop. kleiner  $X_e$

Pitch Pot down =  $X_e$

Pitch Pot up =  $X_e/q_0^2$

Enlargement nach einem Druckbauch: Stau Richtung Output.  $Z$  Input kleiner =  $Y$  Input größer

Richtung Input sind Druckbäuche + Knoten aufgeweicht

## Teil 2: Proportionalität und Vergleichbarkeit

### Differenzen vs. direkte und inverse Proportionalität – was ist wann das Gegenteil?

Etwas nicht Triviales: Differenzen= $\pm$  /-, Prozente, Faktoren, inverse Verhältnisse =  $\cdot$  oder /

Differenzen als gleich große  $\pm$ - Werte oder in  $\pm$ - Prozenten ausgedrückt, wenn man Differenzen und Prozentanteile einer Vergleichsbasis betrachtet sind keine Faktoren die zueinander invers proportional sein können ( $\pm$  0% gibt Faktor 1,0 ist aber keine Differenz!), aber die Referenz. Genauso ist die  $n$ te Wurzel aus  $(1)=1$ ;  $1^{\text{beliebige Zahl}}=1$  und das inverse von 1 ist  $1/1$  bzw.  $1^{-1}$ .

### Differenzen und Prozente:

Aufgabe: Soll man ein Rohr (oder sonst etwas) mit 1,0m Länge um 20% =  $+20/100$  verlängern, dann rechnet man z.B.:  $100/100$  vorhanden +  $20/100$  zusätzlich =  $120/100$  = Rohrlänge 1,2m  
Die neue Länge mit Respekt zur Originallänge ist 120%, die Differenz 20% von 100, **Faktor= $\cdot 1,2$**   
Quick & dirty würde ich das anders rechnen:  $1+0,2=1,2$  bzw. **noch flotter  $\cdot$  Faktor aus  $(1+0,2m)$ .**

Verkürzt man das 1m Rohr um  $20/100 = -20\%$  seiner Länge oder abgekürzt  $1-0,2m$  bzw. **noch flotter  $\cdot$  Faktor aus  $(1-0,2m)$**  Differenz, neue Länge  $80/100$  oder 80% oder Längenfaktor 0,8 der ursprünglichen Länge. Die obige Rechnung ergibt die richtigen Endergebnisse anhand der Aufgabenstellung, die „**noch flottere kaufmännische Abkürzung**“ **superpraktisch - aber unglücklich.**  
In beiden Fällen + und  $- 20\%$  Differenz wurde multipliziert und nicht addiert bzw. subtrahiert. Die Aufgabenstellung hier war ja auch  $\pm 20\%$  Differenz vom Ausgangswert 1,0m da ist es ok. Multiplikation und Division verschleiern hier aber sehr rasch zugrunde liegende Ursachen.

### Zueinander invers proportionale Größen und das geometrische Mittel

Es gibt unzählige simple (und auch komplizierte Vorgänge), wo wir uns darüber keine Gedanken machen. Die Verdoppelung  $\cdot 2$  einer Größe bedingt eine Halbierung der anderen  $/2 =$  Basis 2  
Ein Auto fährt in 2 Stunden 90 Kilometer Strecke. Fährt es doppelt so schnell, dann braucht es dafür die  $1/2$  Zeit. Die Wellenlänge verdoppelt sich mit halber Frequenz, der Schalldruck nimmt im Fernfeld mit der Entfernung im Verhältnis  $1/r$ , die Schallintensität mit  $1/r^2$  ab, uvm.

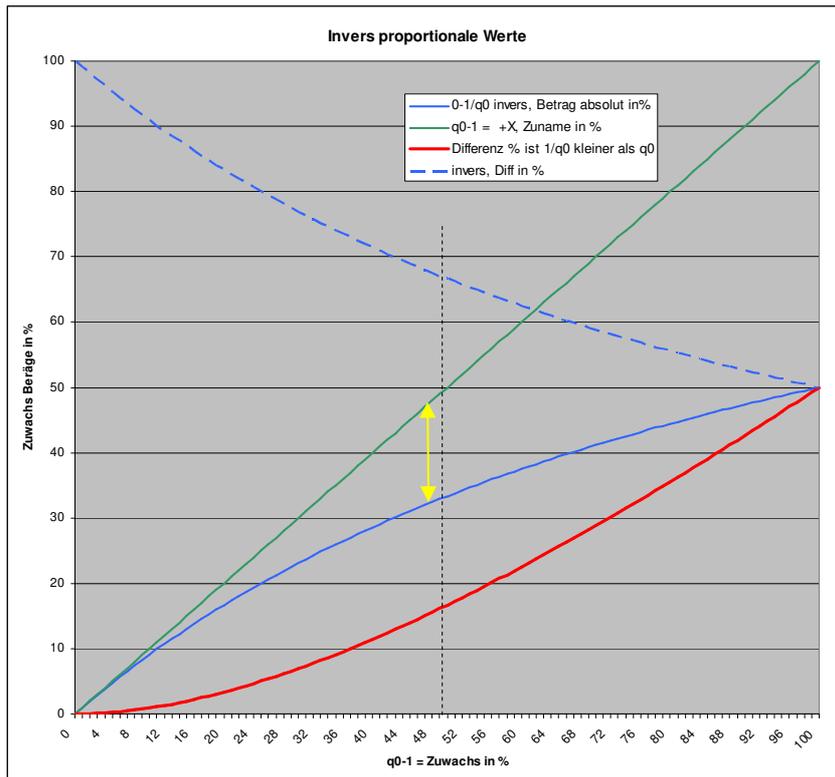
Es muß aber nicht immer gleich eine Vervielfachung sein, es betrifft auch anteilige Änderungen. Invers proportional verhält sich ein System, wenn das Produkt zweier Werte **immer** gleich bleibt.  
*Idealerweise skaliert man Werte so, daß sich diese bei Produkt = 1,0 oder  $\pm 0\%$  schneiden.*

Das Produkt im Fall von  $0,8 \cdot 1,2 = 0,96m$  anstelle von 1,0. Aber  $0,833 \cdot 1,2$  oder  $0,8 \cdot 1,25$  wäre 1,0. Hier wäre einfach **jeweils nur ein Wert** passend invers proportional „gemacht worden“; durch die Kehrwertbildung des verbleibenden Werts:  $1/1,2 = 0,8333 \cdot 1,2$  oder  $0,8 \cdot 1/0,8 = 1$ . Es gibt aber noch weitere Möglichkeiten und Tools: Wurzeln, Potenzen und das **geometrische „Wunder“-Mittel.**

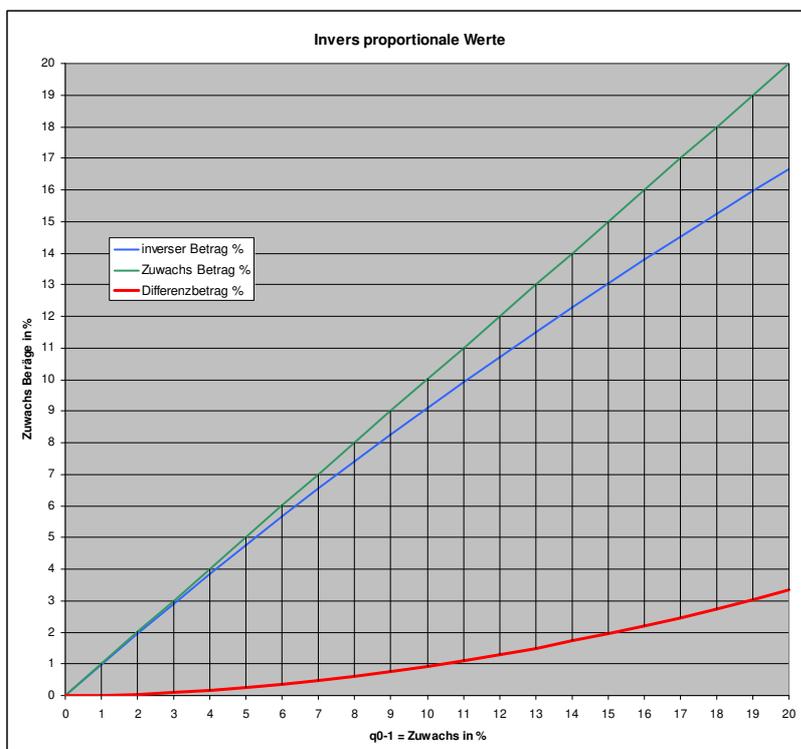
Saiten, aber auch Luftsäulen in Blasinstrumenten und Rohren verhalten sich bezüglich Länge, Wellenlänge und Frequenz invers proportional (zur Basis 2). Wie sich zeigt auch die gesamte Boresize, Querschnittänderungen und Magnituden der Eingangsimpedanz. Steigt oder fällt die Ausbreitungsgeschwindigkeit – z.B. anhand Temperaturänderung, so muß die Rohrlänge invers angepasst werden wenn die Grundstimmung konstant bleiben soll. Es gibt unzählige Beispiele.

Die eigentlichen „inversen Probleme“, - es gibt mehrere – sind der richtige Umgang mit ihnen, um Lösungen zu finden und Fehler zu vermeiden. Die Frage die sich stellt ist was wann und wie zu erwarten ist / sein soll, wenn Ergebnisse aus Versuchen und Berechnungen vorliegen.

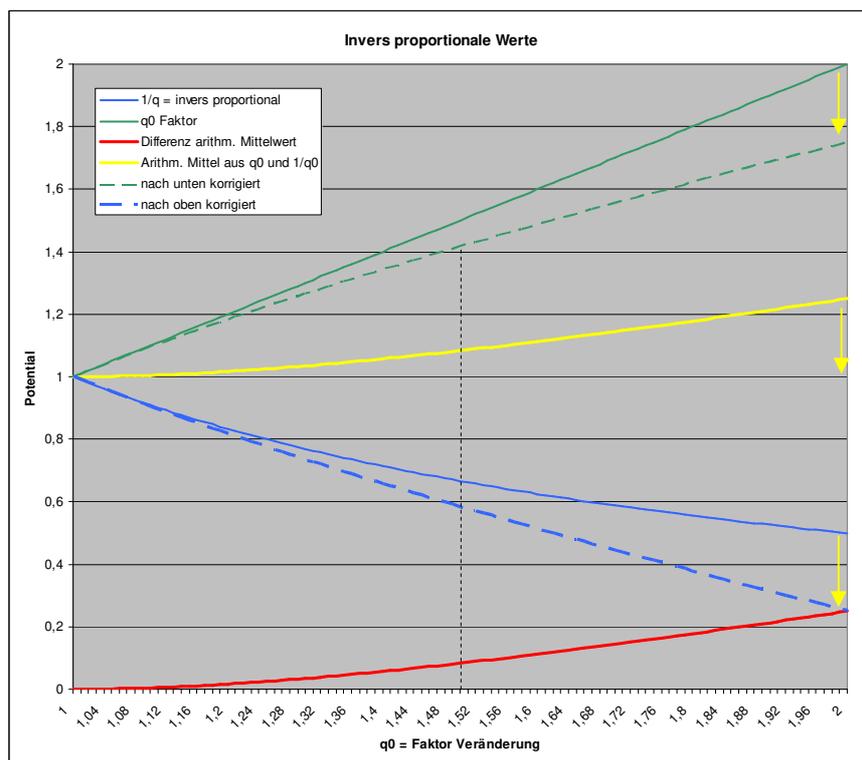
Muss ein Ergebnis invers proportional ausfallen, behandelt oder betrachtet werden, oder müssen fallbezogen Differenzen  $\pm$ - oder Spiegelungen (180 Phasendrehung) Vergleichbarkeit ergeben? Was ist bei welcher Gelegenheit ein passendes „Gegenteil“ mit selbem Gewicht? Was ist die passende Referenzquelle (Mitte), wo sind Abweichungen davon, Falschinterpretation, Fehler?



x: Faktoren  $q_0$  von 1,0-2,0 entsprechen 0-100% Vergrößerung, 100% = Verdoppelung  $q_0=2,0$ .  
 y: Grün:  $q_0-1$ :  $X+$ , Faktor steigt linear, somit auch die Differenz bzw der Zuwachs  
 Blau strichliert: der invers proportionale Wert kleiner 1,0 =  $1/q_0$  fällt auf 50% bei  $1/q_0=1/2,0$   
 Blau:  $0-(1/q_0)$ :  $X-$  Betrag in %, (absolute Werte), wobei **Gelb:  $X+/X- = q_0$**   
 Rot: Differenzbetrag  $(X+)-(X-)$ , inverse Beträge sind diesen % Teil geringer.



x: Faktoren  $q_0$  von 1,0 – 1,2 = +20 % 0,909% Abweichung bei  $q_0=1,1$  und 3,33% bei  $q_0=1,2$



Der arithmetische Mittelwert teilt die gesamte Summe der 2 Differenzen in 2 gleich große Hälften. Die Abweichung des arithm. Mittelwerts ist daher nur  $\frac{1}{2}$  so groß wie die Gesamtabweichung.

Sollte der arithm. Mittelwert auf Wert 1,0 normiert werden, müssten sich alle Werte so nach unten mit verschieben, daß jeweils die Hälfte der gesamten Differenz unter 1,0 liegt und erhalten bleibt. Der Potentialunterschied wäre dann Faktor  $1+0,75:1-0,75$  anstelle  $2,0 : 0,5$  bei  $q_0=2,0$

Unkorrigiert ist der geometrische Mittelwert = 1,0. Die Abweichung des arithmetischen Mittelwertes gegenüber dem geometrischen Mittelwert 1,0 ist bei allen invers prop. Verhältnissen mit Basis=2 um den Faktor  $(q_0 + 1/q_0)/2$  größer, bei Verdoppelung = Faktor  $q_0=2,0$  um Faktor 1,25 konstant.

Das „harmonische Mittel“ ist wiederum der Kehrwert des arithmetischen Mittels: (inv. prop. dazu)  $1 / [ \{ q_0 + (1/q_0) \} / 2 ]$  bzw. z.B.  $2 * (1/q_0) * q_0 / \{ q_0 * (1/q_0) \}$

und entspricht somit =  $1/\text{arithm. Mittel}$ , bei Verdoppelung = Faktor  $q_0=2,0$  harm. Mittel = 0,8.

Das geometrische Mittel wiederum ist der geometrische Mittelwert aus arithm. und harmonischem Mittel =  $\sqrt{(1/q_0)^2 * q_0^2}$ . Da das Geomittel bei inv. prop. Verhältnissen immer = 1,0 ist:  $(1/q_0)*q_0$

Der arithm. Mittelwert liegt mit Querschnittänderung +10% =  $q_0=1,1$  bei  $* +1,004545 = +0,454\%$  mit  $q_0=1,2$  bei  $+1,01666 = +1,166\%$  zum geometrischen Mittel.

Dieser Unterschied erscheint bei z.B. Impedanzmagnitudenänderungen gering, allerdings entsprechen 0,454% bei Frequenzfaktoren einer Differenz von  $\text{Log}(1,00454:2)*1200 = +7,85 \text{ Cent!}$

Damit sind wir bei logarithmischen Verhältnissen und Cent Werten angekommen.

Logarithmische (Differenzen):

Logarithmus zur Basis 10: Faktor = Basis 10 ^ Exponent (=q0; Basis 10):

Basis		Numerus	=	Faktor				Faktor
10	^	0	=	1		10	^	0 = 1
10	^	1	=	10		10	^	-1 = 0,1
10	^	2	=	100	Quadrat	10	^	-2 = 0,01
10	^	3	=	1000	Kubik	10	^	-3 = 0,001

Werte des Exponenten zwischen 0 und +/-1 sind nicht mehr so intuitiv nachvollziehbar:

10	^	0,1761	=	~1,5		10	^	-0,302	~ 0,5
10	^	0,302	=	~2		10	^	-1/2	= 0,316227..
10	^	1/2	=	3,16227..	(Quadratwurzel aus 10)	10	^	-0,602	~ 0,25
10	^	0,602	=	~4					
10	^	0,699	=	~5					

Minuswerte im Exponent ergeben den Kehrwert =1/

deziBel Skala = logarithmische Verhältnswerte anhand des dekadischen Logarithmus (Basis=10)  
 deziBel  $10^*$   $10^{0,302} = 10^*$   $\log(10)$  aus  $q_0 =$  bei  $q=2,0 = 10^* 0,302 = \sim 3dB = 2x$   
 Leistung:  $2 \cdot 10^*$   $20^*$   $\log \dots \dots \dots$   $20^* 0,302 = \sim 6dB = 2x$   
 Leistung = über eine Fläche:  $\wedge 2 \dots \dots \log(10)$  aus  $q_0^2 =$  bei  $q_0^2=4 = 10^* 0,602 = \sim 6dB = 2x$   
 Der notw. Referenzwert 1,0 ist je nach Anwendung unterschiedlichst definiert, siehe Sideletter #1

Natürlicher Logarithmus zur Basis e, sowie Logarithmus zur Basis 2:

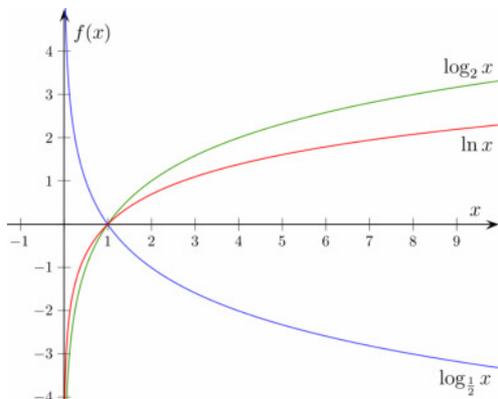
Logarithmus zur Basis e = 2,71828183 : Faktor = Basis e ^ Exponent (=Log; Basis e)

$e^{\ln(q_0)} = q_0$	$\ln(q_0) =$	$\ln(e^{q_0}) = q_0$	Faktor	$\ln(q_0) =$	Faktor $q_0$	
e	^0	=	1,0	e	^ 0	= 1,0
e	^1	=	2,71828183...	e	^ -1	= 0,3678..

$e^{\ln(q_0)} = q_0 \iff \ln(e^{q_0}) = q_0$   $\ln(q_0) = \log(q_0; \text{Basis } e).$   
 $q_0 = e^{\ln(q_0)}$   $q_0 = e^{\log(q_0; \text{Basis } e)} = e^{\ln(q_0)}$   


---

 $b^{\log_2(q_0)} = q_0 \iff \log_2(b^{q_0}) = q_0$   $\log_2(q_0) = \log(q_0; \text{Basis } 2).$   
 $q_0 = 2^{\log_2(q_0)}$   $q_0 = 2^{\log(q_0; \text{Basis } 2)}$



$x=q_0$ , Verhältnisfaktor  $q_0 = \text{Basis}^{\log(q_0; \text{Basis})}$   
 $b =$  Vergleichsbasis, wo  $f(x) = b^x, 1,0 = 1,0$   $y = f(x) = \log$  von  $x$  zu Basis  $b$   
 $b =$  yte Wurzel aus  $q_0$ ; wenn  $b=2 \rightarrow q_0^{\{1/ [ f(x)]\}}$   $y = f(x) = \log$  von  $q_0; b / \log$  von Basis \*\*  
 wenn  $b=2, \log_2$  aus  $2 = 1,0$  somit verkürzt sich  $y = f(x) = \log(q_0; \text{Basis } 2)$   
 \*\* es spielt keine Rolle, welche (gleiche!) Basis man wählt, es ergibt immer den gleichen Faktor.  
 $y: \log_{1/2}(x)$  gibt 1:1 gespiegelt den Wert von  $\log_2(x)$  d.h. invers, aber nicht proportional

## Logarithmus zur Basis 2:

Verhältnissfaktor  $q_0$  = Basis 2 <sup>^</sup> Exponent (=Log; Basis 2)  
 Log zur Basis 2 = Log ( Verhältnissfaktor; Basis 2) = ergibt den Exponenten (Numerus)

$q_0 = 1,0$	= Basis 2 <sup>^</sup> 0,0	$1/q_0 = 1,0$	= Basis 2 <sup>^</sup> 0,0
$q_0 = 1,4142..$	= Basis 2 <sup>^</sup> +0,5	$1/q_0 = 0,7071..$	= Basis 2 <sup>^</sup> -0,5
$q_0 = 2,0 (= *2)$	= Basis 2 <sup>^</sup> +1,0	$1/q_0 = 0,5 (= /2)$	= Basis 2 <sup>^</sup> -1,0

## Die musikalische, logarithmische Differenz Einheit Cent = $\text{Log}(q_0;2) * 1200$

= Log (Frequ.-Faktor; Verdoppelung) mit 1200C

Frequenzen im Oktavabstand bedeuten Verdoppelung  $2*1$  oder Halbierung  $1/2$  = invers prop.  
 Die Einheit Cent ist eine logarithmische Einheit und so das Gegenteil einer invers prop. Skala.  
 +/-100 Cent bedeuten Halbtonschritte in gleichmäßig schwebender Stimmung ET, 1200C=Oktaven  
 Cent – Differenzen sind logarithmisch auf Basis 2,  $\text{Log}2=1,0$  wird in **12\*100 Cent** „Schritte“ geteilt.

1 Halbton up=1/12 Oktave bedeutet eine Frequenzänderung um  $2^{(1/1200)^{+100}} = *1,05946 =$  „q0“ +5,946%  
 1 Halbton dn=1/12 Oktave, nun (-100 Cent)  $2^{(1/1200)^{-100}} = *0,9438 =$  „1/q0“ -5,613%  
 nennen wir den Faktor up **q0**, dann ist der Faktor dn invers prop =  $1/q_0 = 1/1,05946$  für -100 Cent.

Gleich große Centbeträge +/- (sind Differenzen) erfordern unterschiedliches, dafür aber invers proportionales Potential, Beispiel für 100 Cent:

-100 Cent Differenz zu +100 Cent Differenz +X /-X% = Faktor  $q_0 = 1,059463$   
 down:  $(0,94387-1)*100 = -5,613\%$  zu up:  $(1,059463-1)*100 = +5,9463\%$  ->  $q_0/(1/q_0) =$  Faktor  $q_0^2 = 1,1230$   
 Die Geometrie = 0% bzw. Faktor 1,0 unsere Referenz, arithm. Mitte = Faktor  $1,0017 = +2,9$  Cent.

## Das bedeutet bei Vergleichen und Auswertungen von Änderungen (Perturbationen):

für 100 Cent up ist eine Frequ. Änderung (Differenz) von +5,946% verantwortlich,  
 für 100 Cent dn ist eine Frequ. Änderung (Differenz) von - 5,613% das ist zueinander inv. prop.

Sind beide Centbeträge up/dn gleich, so ist die „zugrundeliegende“ notwendige Ursache der Frequenzänderung (Differenz X up) um den Faktor  $q_0$  größer = invers proportionale Ursache.

Wäre der Centbetrag dn hier um Faktor  $q_0$  stärker als der Centbetrag up, = -106 Cent, +6% dann wäre die zugrundeliegende Ursache und der Frequ. Faktor gleich stark, aber nicht mehr invers proportional. Frequenz Vertiefung wird bereits mit einem kleineren Frequ. Faktor erreicht, als dies bei Frequenzerhöhung der Fall ist. Dies sollte einer (mehrerer) Gründe sein, warum alle Änderungen immer tendenziell mehr vertiefen als erhöhen und es einen Pitch Nullversatz „dn“ gibt.

Ein Extrembeispiel ist z. B. +/-1200 Cent: +1200 gibt Frequ. Faktor  $q_0 = 1*2 = 2,0$   
 -1200 gibt Frequ. Faktor  $1/q_0 = 1/2 = 0,5$

Dreht man die Rechnung um und definiert einen Frequenzfaktor als Differenz, z.B. +/- 10%  
 $q_0 = 1,1$  .. das entspricht sehr grob einem  $\frac{3}{4}$  Ton aufwärts, =  $\text{log}(1,1;2)*1200 = +165$  Cent  
 $q_0 = 1/1,1$  (nur 9,09%) = invers prop. gäbe  $\text{log}(0,909;2)*1200 = -165$  Cent

Nimmt man die Differenz aber minus statt plus =  $1/q_0 = 0,900$   $\text{log}(0,900;2)*1200 = -182$  Cent  
 mit  $q_0 = 1,111$  ist der Centwert dn 10,54% stärker als der Centwert up mit  $q_0 = 1,10$   
 Das bedeutet Cent-Änderungen in Zahlen wirken sich zu Frequ. Faktoren, abhängig von der Größe der Frequenzdifferenz dynamisch unterschiedlich stark aus.

## Wellenlänge, Frequenz, Kreiswellenzahl, Proportionalitätskonstante c:

Die Wellenlänge verhält sich invers proportional zur Frequenz, aber nur solange die Phasengeschwindigkeit dabei konstant bleibt, da  $k^2 = \omega^2 / c^2$  (siehe Sideletter #1)

$\Delta 1$  Oktave tiefer = größere Wellenlänge \* 2;

$\Delta 1$  Oktave höher = kleinere Wellenlänge \* 1/2

Für vergleichbares Änderungspotential braucht eine größere Wellenlänge daher mehr Differenz, eine kleine Wellenlänge invers proportional weniger dazu.

1/Längenfaktor = Frequenzfaktor, 1/Frequenzfaktor = Längenfaktor; Längenfaktor-1 =  $\Delta$  Länge  
-> aus  $\Delta k(n)$  können wir die Differenzlänge und somit auch die Frequenzabweichung schätzen.

Nehmen wir die HAL-2 Differenz Berechnung, dann ist das Ergebnis die Winkeldifferenz  $\Delta k$  in Radiant zum vorhandenen Winkel (Kreiswellenzahl  $k$ ) der nicht perturbierten Referenz Wellenlänge. Eine positive Differenz  $\Delta k$  wird abgezogen. Ein resultierender kleinerer Winkel  $k$  ergibt invers prop. eine größere Wellenlänge =  $(2\pi / k)$  und ist invers proportional zur Anzahl der Schwingungen pro Zeit (Frequenz).

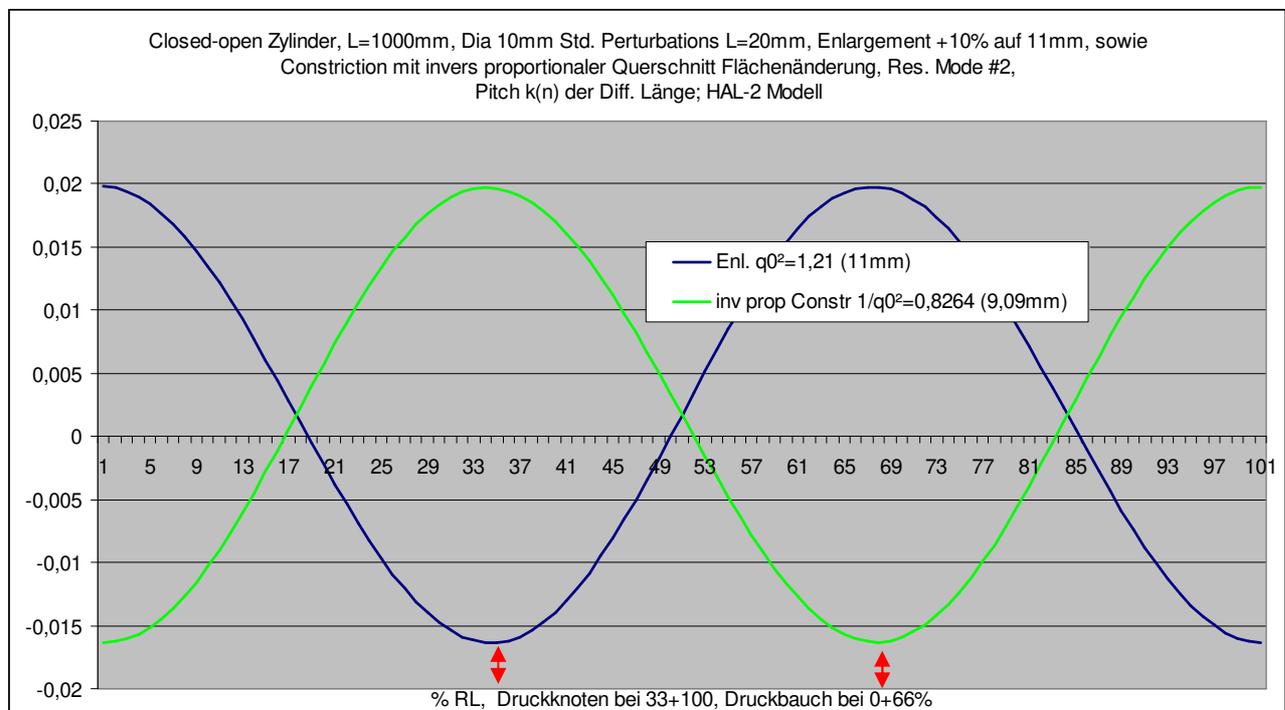
positive  $\Delta k$  Diff = X+ proportional zu größerer Wellenlänge -> inv. prop. zu Frequenz  
resultierende  $k$ = invers prop. zu Wellenlänge -> proportional zu Frequenz

Ergibt  $\Delta$ Betrag  $k(n)$  +(X+), bedeutet das eine akustisch wirksame Mehrlänge; (->geringere Frequenz.)

Ergibt  $\Delta$ Betrag  $k(n)$  =0 haben wir einen Pitchnode = Nulldurchgang ohne Frequenzänderung.

Ergibt  $\Delta$ Betrag  $k(n)$  -(X-) bedeutet das eine akustisch wirksame Minderlänge; (->höhere Frequenz)

## Lokale Querschnitt Flächenänderung an Druckbäuchen ist prop. zur Wellenlänge:



y-Achse: +k: Differenz akustische Mehrlänge =X+ -k = Differenz akustische Minderlänge = X-  
+Werte bedeuten hier niedrigere Resonanzfrequenz, -Werte bedeuten höhere Resonanzfrequenz.

Wir haben hier nicht nur Querschnittänderungen, sondern auch eine Perturbationslänge und eine jeweilige Centerposition dieser Perturbation bei x. Wir betrachten jeweils die Maxima und Minima durch Perturbationen, da sich diese an Druckbäuchen und Flussbäuchen ergeben (cos +/-1).

Wir können  $\Delta X_+$  und  $\Delta X_-$  = Querschnittflächen Änderungen somit verwenden, da es die einzige geänderte Größe ist und stellen fest, globale Wellenlängen Änderungen (blau Kurve) verhalten sich zu lokalen Querschnittflächen Erweiterungen =  $q_0^2 > 1,0$  bzw. daraus  $X_+$

an Druckbäuchen direkt proportional:  $\Delta \text{Querschnittfläche } X_+ = (1 \cdot q_0^2) - 1 = \Delta \text{WL } X_+$   
 an Druckknoten invers proportional:  $\Delta \text{Querschnittfläche } X_+ = 1 - (1/q_0^2) = \Delta \text{WL } X_-$

Werden nun Querschnittflächen Einengungen  $\Delta X_-$  so gewählt (grün), daß auch diese das invers proportionale Gegenstück zu Flächenerweiterungen darstellen =  $1/(q_0^2)$ , so verhalten sich globale Wellenlängen Änderungen dazu

**an Druckbäuchen direkt proportional:**  $\Delta \text{Querschnittfläche } X_- = 1 - (1/q_0^2) = \Delta \text{WL } X_-$   
 an Druckknoten invers proportional:  $\Delta \text{Querschnittfläche } X_- = (1 \cdot q_0^2) - 1 = \Delta \text{WL } X_+$

mit dem Effekt, daß alle möglichen Frequenzerhöhungen = WL Verkürzungen  $\Delta \text{WL } X_-$  gegenüber allen möglichen Frequenzvertiefungen = WL Verlängerungen  $\Delta \text{WL } X_+$  invers proportional geringer ausfallen (müssen).

Der für inverse Proportionalität und somit vergleichbares Potential notwendige Faktor ist

$\Delta \text{WL } X_+ / \Delta \text{WL } X_- = q_0^2$  Querschnittflächenfaktor,  $\sqrt{q_0^2} = q_0$  der Durchmesserfaktor.

da  $\Delta$  Querschnitt  $X_+$ :  $q_0^2 - 1$ ,  $\Delta$  Querschnitt  $X_-$ :  $(1/q_0^2) - 1$   $\Delta X_+ / \Delta X_- = q_0^2$

Da die Frequenz invers proportional zu Wellenlänge ist (*wenn Geschwindigkeit c konstant*):

$\Delta f X_+ / \Delta f X_- = 1/q_0^2$  Querschnittflächenfaktor,  $\Delta f X_- / \Delta f X_+ = q_0^2$

Abweichungen gefundener Wellenlängenänderungen von diesem Proportionalitätsfaktor =  $q_0^2$  ergeben den eventuellen, tatsächlichen Potentialunterschied von Druckbäuchen gegenüber Druckknoten, Einengungen gegenüber Rohrerweiterungen, Rechnung gegen vorh. Messfehler!  
**Pitch-Potential: max. Frequenz-Erhöhung ist ~Faktor  $1/q_0^2$  schwächer als Frequenz-Vertiefung.**

### Was bedeutet das in Cent:

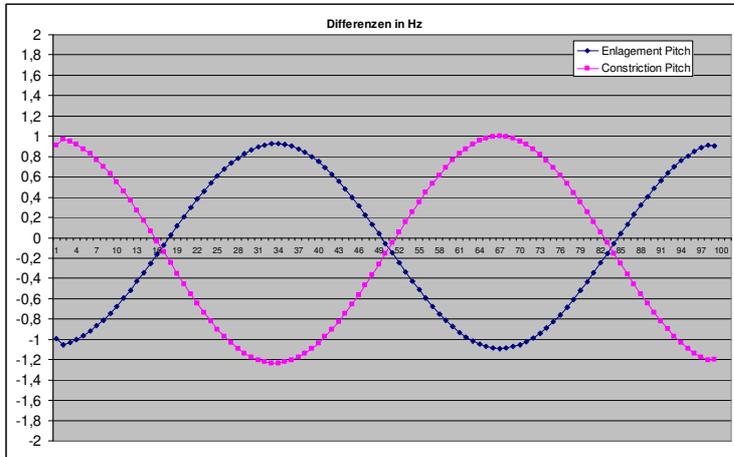
Für ein gleich großes Intervall = Verhältnis  $q_0$  von  $f(\text{Hz})$  ergeben sich gleich große +/- Cent Werte. Musikalische Intervalle sind aber invers proportional: 1 reine Quint aufwärts = \*1,5 entspricht invers einer Quint abwärts /1,5 = \*0,666 und die Quint davon aufwärts ist die Prim = 1,0.  
 Differenz:  $X_+$  aufwärts 0,5 \*Hz, und  $X_-$  abwärts 0,333 \*Hz. Auch zwischen Halbtönen (+/-100 Cent) benötigen wir unterschiedliche Frequenzfaktoren. Aufwärts mehr, abwärts invers (weniger), und für jedes Cent +/- sind die notwendigen Frequenzdifferenzen daher abwärts invers immer geringer.

Gleiche große Cent Werte +/- bedeuten daher inverse Proportionalität und somit gleiches Potential, das entspricht auch den dafür invers proportional notwendigen Flächenänderungen.

Logarithmische Werte können addiert und subtrahiert werden, +/- Cent = 0 bei exakt gleichem oder keinem Änderungspotential. Die Differenz der Cent Beträge gibt daher eindeutig Auskunft über eventuell vorhandene globale Potentialunterschiede von lokalen Perturbationen.

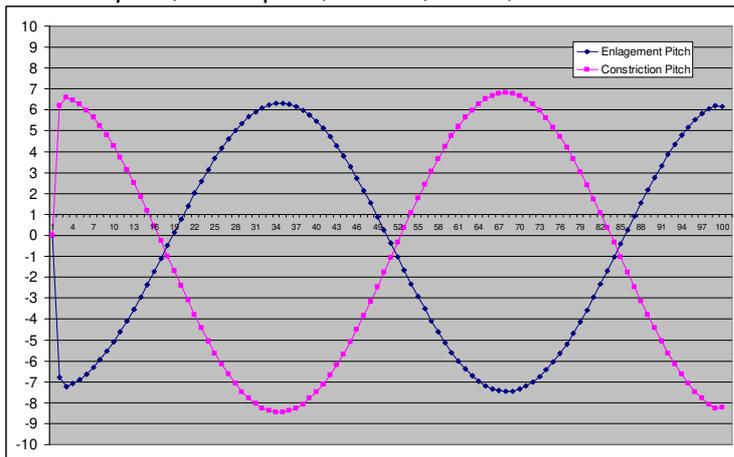
Nachfolgend ein Vergleich über die Aussagekraft verschiedener Bewertungen selber Werte, Einengungen sind hier nicht invers proportional, sondern gleiche Durchmesseränderungen. Die Perturbationen haben auch eine Länge (20mm), hier wird aber nur der Querschnitt verglichen, daher jeweils Rest-Abweichungen zu  $1/q_0^2$ .

**Pitch - Änderungen** durch Standard Perturbationen, Rohr closed-open, Länge 1,0m, Dia 10mm, Perturbationen L20mm, **Dia+/-1mm**, Änderung der Resonanzfrequenz durch die jeweilige bei x zentrierte Perturbation. Mode #2, Referenzmessung: Resonanz 253,08 Hz bei 104,2 Mohm  
**Enlargements:**  $q_0=1,1$   $q_0^2=1,21$   $1/q_0^2=0,8264$  **Constrictions:**  $q_0=1,111$   $q_0^2=1,2345$   $1/q_0^2=0,810$



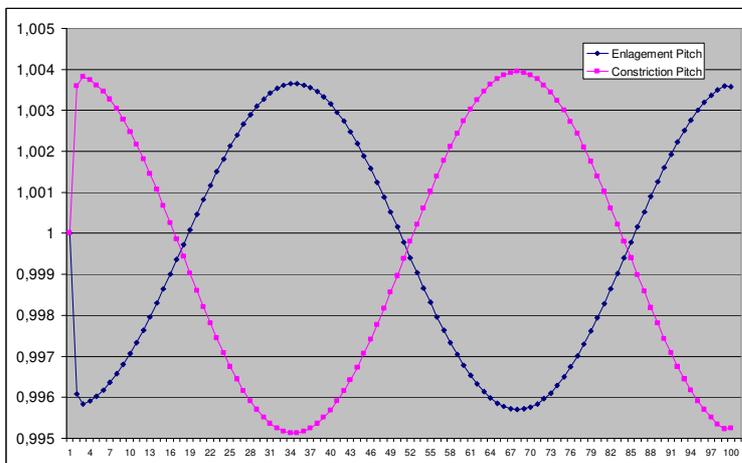
Differenzen in Hz: enl/constr. -4,6%

Enl.  $q_0=1,100$  up +0,925 Hz, dn -1,089 Hz Diff. Faktor up/dn = 0,849 = 84,9%  $\sim 1/q_0^2$   
 Constr.  $q_0=1,111$  up +1,000 Hz, dn -1,233 Hz Diff. Faktor up/dn = 0,811 = 81,1%  $\sim 1/q_0^2$



Differenzen in Cent: enl./constr. -4,9%

Enl.  $q_0=1,100$  max +6,316 Cent min -7,456 Cent (-1,14 Cent) Diff. Faktor up/dn = 0,847  
 Constr  $q_0=1,111$  max +6,82 Cent min -8,455 Cent (-1,64 Cent) Diff. Faktor up/dn = 0,807 = 0,50 Cent



Frequ-Faktoren bzw. % Diff: en/co -5%

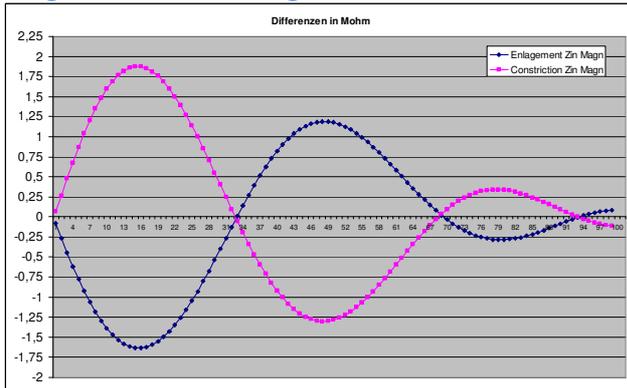
Enl. max \*1,0036 0,36% min\*0,9957 = 1/1,0043 0,43% Diff. Faktor up/dn=0,9993 84%  $\sim 1/q_0^2$   
 Constr. max \*1,0039 0,39% min\*0,9951= 1/1,0049 0,49% Diff. Faktor up/dn=0,9990 80%  $\sim 1/q_0^2$

**Fazit Pitch:** Es sind eindeutig immer mehr Hz Änderung down als up, ebenso bei Cent, Frequenz Faktoren selbst sind nicht aussagekräftig, sondern jeweils die Unterschiede  $X-/X+ = q0^2$  = allerdings sind diese **2fach invers**, denn **positive Werte** (höhere Frequenz) **sind invers kleiner als negative Werte** (tiefere Frequenz). Pitch-Potential: max. Frequenz-Erhöhung ist Faktor  $q0^2$  schwächer als Frequenz-Vertiefung

**Wellenlängen sind proportional zu Querschnittänderungen = $q0^2$ :**

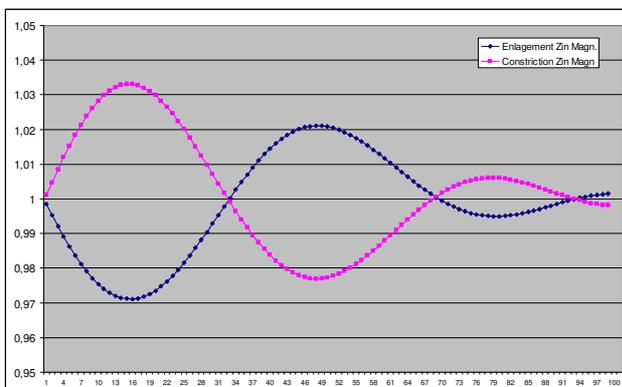
Vergleicht man anstelle der Frequenzänderungen aber Wellenlängen Änderungen, so sind diese dazu wieder invers und „normal herum“: **Größere positive X+ Werte** (Verlängerung = Vertiefung) **gegenüber invers kleineren X- Werten**. Der Gesamt-Effekt ändert sich dadurch nicht: Perturbationen wirken umso stärker Frequenz vertiefend als der Querschnittflächenfaktor  $q0^2$  ausfällt. Sind auch Einengungen invers proportional gewählt dann gilt: Vertiefungspotential = Verlängerungspotential ist um  $q0^2$  stärker.

**Magnitudenänderungen:**

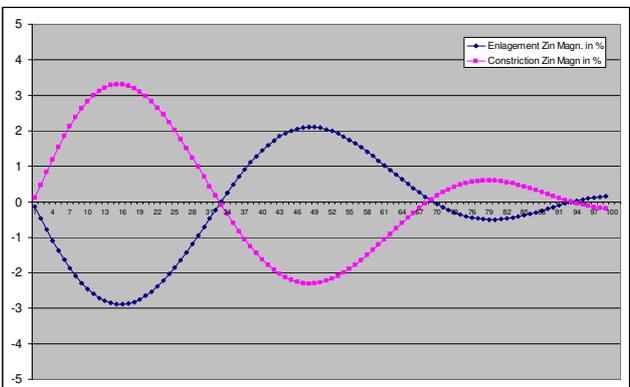


Differenzen in Mohm

Enl.  $q0=1,100$  up bei RL50% +1,189 Mohm dn bei 16,6% -1,6336 Mohm  
 Constr.  $q0=1,111$  up bei RL16,66 +1,873 Mohm dn bei 50 % -1,303 Mohm



Faktoren Änderung



Faktoren, in +/--% umgewandelt

Bei Magnitudenänderungen kommt Positions Potential (Abschwächung hinzu), bei 50% RL  $1/2 = 50\%$ , bei 16,6% RL  $5/6 = 83,33\%$ , für reine Querschnittänderung normiert auf 100% Pot.  $50\% * 2$ , Pot.  $16,6\% * 1,2$

Enl. up bei RL50% \* 1,021 Mohm dn bei 16,6% \* 0,9711 = /1,0297 Mohm normiert:  $1,042/1,0356 = 1,006$   
 Constr. up bei RL16,66 \* 1,033 Mohm dn bei 50 % \* 0,9769 = /1,0236 Mohm normiert:  $1,0396/1,0472 = 0,992$   
 Enl. up bei RL50% +2,10 % dn bei 16,6% -2,97 %  
 Constr. up bei RL16,66 +3,30 % dn bei RL50% -2,36 %

			Faktor zu invers proportional	$q0c$
16,6% RL (nach Druckbauch)	Enl. -2,97%	Constr. +3,36%	Constr./Enl. = 1,131 ~	$Xc 0,111/Xe0,1 = 1,111$
50,0% RL (vor Druckbauch)	Enl. +2,1%	Constr. -2,36%	Constr./Enl. = 1,123	(Mode #2=even)

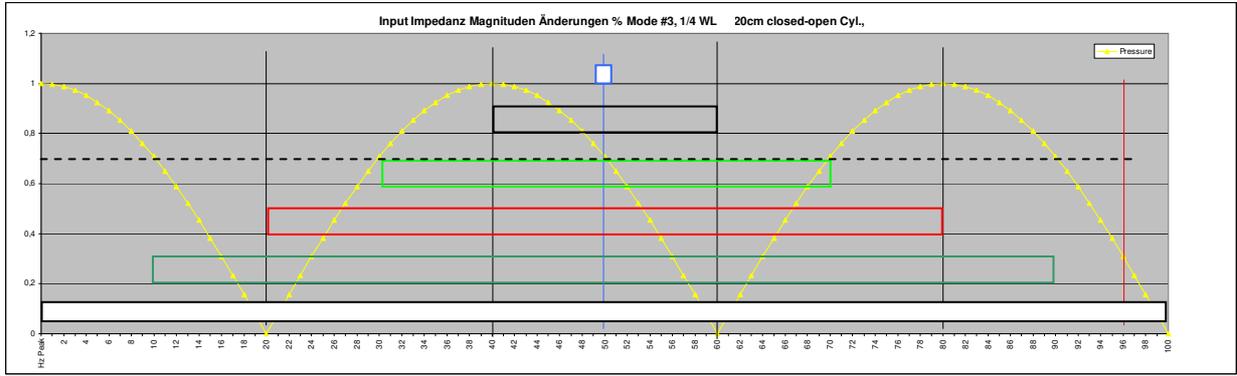
Enl. normiert: \*2,0  $X+ = +4,20\%$  \*1,2  $X- = -3,56\%$   $X- / X+ = 1/q0^2$ ;  $1/q0 = 0,921$   $q0 = 1,0855$   
 Constr. normiert: \*1,2  $X+ = +3,96\%$  \*2,0  $X- = -4,72\%$   $X- / X+ = q0^2$ ;  $1/q0 = 0,916$   $q0 = 1,0917$

**Fazit Input Impedanz Magnituden:**

Das Potential ist generell invers prop. zu  $\sqrt{q0^2} = q0$ . Es gibt einige komplexe Abweichungen von dieser generellen Aussage, spez. Effekte an Rohr Enden und Abweichungen even zu odd Modes!

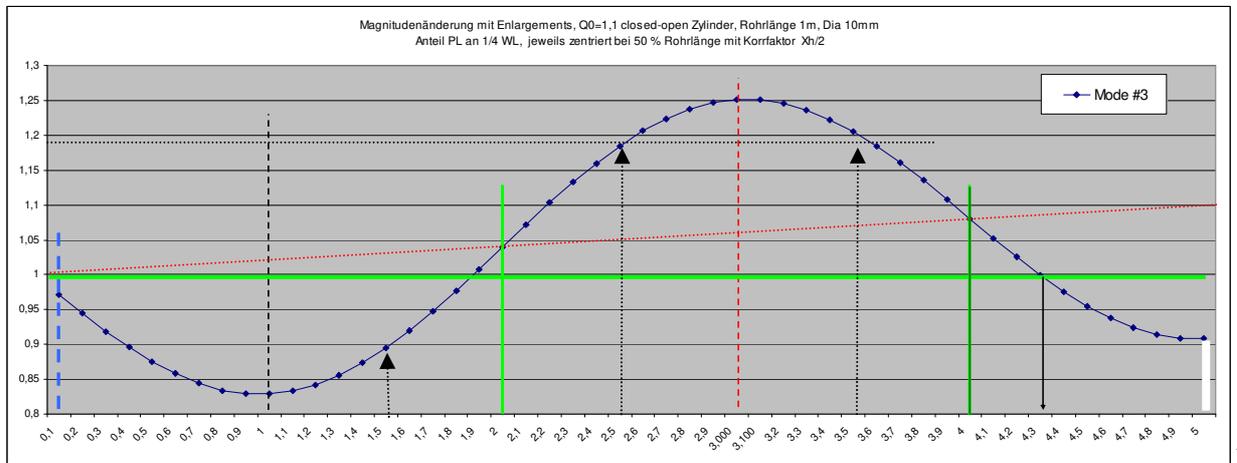
Teil 3: Perturbationen und Input Impedanz-Magnitudenänderungen Peaks

Übersicht - Perturbationen zentriert, global, lokal:



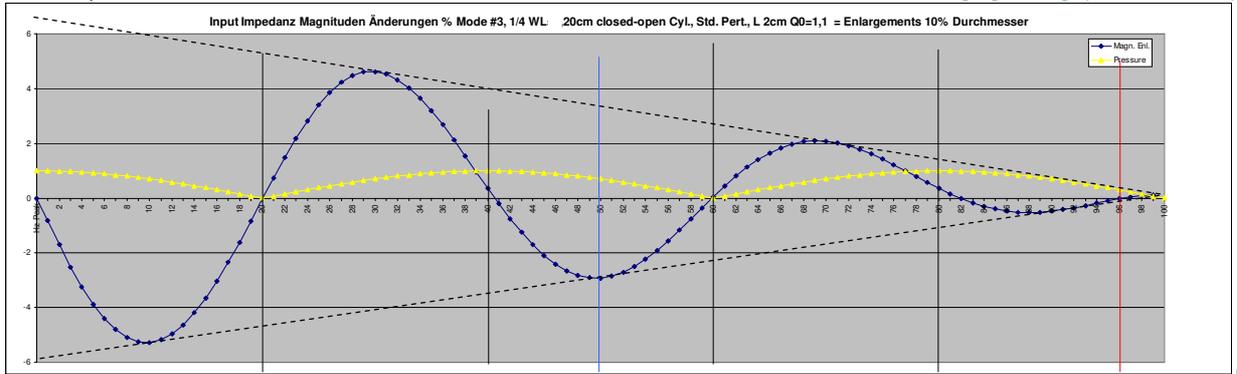
a

odd Mode# mit Perturbation Center  $0,5 * RL =$  immer nach einem Druckbauch



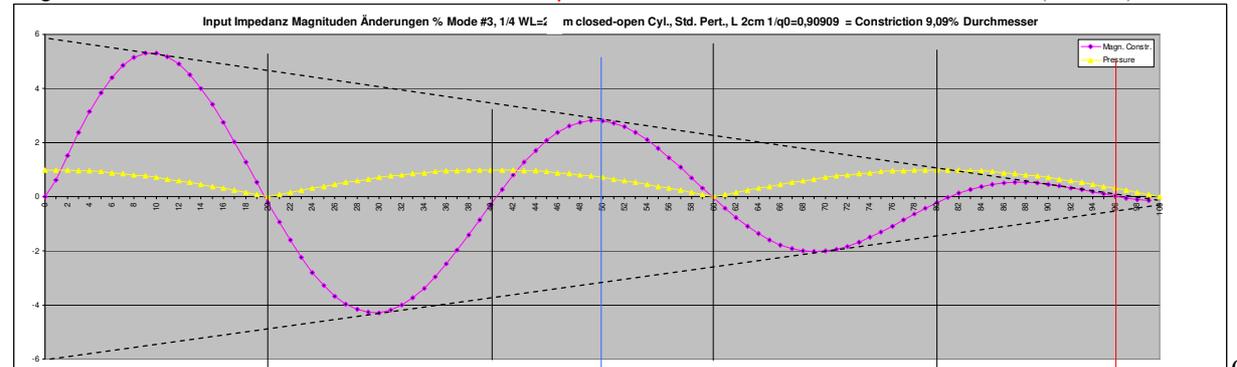
b

Pot.  $1/q_0^2 = 0,8264$ ; odd Modes less Pot nach DB, even Modes more Pot vor DB gegen Xg (Enl+Constr!)



c

Magnituden Potential = down, inverses Pot. = up, stärker; odd Mode less Pot nach DB (0,5 RL)



d

Magnituden Potential = up, inverses Pot. = down, kaum stärker, odd Mode less Pot nach DB (0,5 RL)

a:

Dargestellt ist die Druckverlaufskurve (absolute Momentanwerte) in einem closed-open Zylinder,  $q_0=1,1$  ohne Berücksichtigung von Druckverlusten anhand Wandreibung.

die Rechtecke symbolisieren Perturbationen, hier als Rohrerweiterungen, zentriert bei 50 % Rohrlänge

blau: Standard Perturbation Länge 20mm = 1/10 der ¼ Wellenlänge von Mode #3.

schwarz: 200 mm = ¼ Wellenlänge max. nicht inverses Magnituden Potential:  $\sim 1/q_0^2 = 0,8264$

grün: 400 mm = ½ Wellenlänge für Canceling = Pot0 weniger PL erforderlich

rot: 600 mm = ¾ Wellenlänge maximales inverses Potential  $> q_0^2$ , (wenn zentriert)

grün: 800 mm = 4/4 Wellenlänge für Canceling = Pot0 mehr PL erforderlich

weiß: 1000mm = vollständige Aufweitung, Magn. Änd. Pot. =  $1/\sqrt{q_0^2}$ .

b:

Hier wurde die zentrierte Perturbation immer länger, bis der Rohrquerschnitt komplett geändert ist.

Das ermittelte Potential bei zentrierten Perturbationen und die letzte ¼ Wellenlänge, das vollständig

aufgeweitete Rohr hat ein Magnitudenänderungspotential invers zur  $\sqrt{\quad}$  Querschnittflächenänderung,

höhere Modes entwickeln hier mehr Magnitudenänderungspotential.

Canceling bzw. Wechsel zu inversem Potential geschieht bereits mit PL  $1,9 \cdot \frac{1}{4}$  WL, der Wechsel zurück = vorletzte Perturbationslänge mit Pot = 0 geschieht bei einer unperturbierten Restlänge von  $0,7 \cdot \frac{1}{4}$  WL.

**Bei 2 und 4 facher ¼ WL Perturbation schneidet das Pot exakt den linearen Anteil von  $q_0$ !**

Bei 1,5 facher ¼ WL  $\sim X_{hc}/2$  Pot ( $=q_0-1$ ), 2,5 facher ¼ WL  $\sim X_{hc}$  Pot, bei 3,5 facher ¼ WL  $\sim X_{he}$  Pot.

c:

lokale Perturbationen, Enlargements durch das Rohr geschoben, Zentrum an Druckknoten: Magn. Pot. = 0.

Mit Ausnahme letzte ¼ Wellenlänge am offenen Ende: 1x verzögert + 1 x vorzeitiges Magnituden Pot = 0.

An Druckbäuchen kommt es zu Abweichungen: An jedem Druckbauchmaximum ist das Magn. Pot noch +.

Das max. Pot + ist immer näher dem nächsten Druckknoten, =  $\leftarrow$  näher am geschlossenen Ende.

Die Auswirkung in der letzten ¼ Wellenlänge: ein späterer vorletzter Nulldurchgang + ein früherer mit Pot=0.

Exakt an einem Druckknoten = Perturbationsspirale **rechts (Ost)** ist  $q=1,0$  = Magnituden Nulldurchgang.

Vor einem Druckbauch = nach einem Druckknoten = Perturbationsspirale **oben (Norden)**:

Querschnittserweiterung Faktor  $q_0=1,1$  bewirkt invers Magnitudenänderung (up) = stärker als GeoPot

Nach einem Druckbauch = vor einem Druckknoten = Perturbationsspirale **unten (Süden)**:

Querschnittserweiterung Faktor  $q_0=1,1$  bewirkt Magnitudenänderung (down), **schwächer als GeoPot**

An einem Druckbauch = Perturbationsspirale links = überwiegt noch **invers up** gegenüber down = Pot.+ up, der Druckbauch liegt etwas vorher Richtung Nord, der Nulldurchgang (West) ist kurz nach einem Druckbauchmaximum.

d:

Mit Constrictions inverses Magnituden Potential gegenüber Enlargements,

wenn die Querschnittänderung invers proportional ist, sind diese miteinander 1:1 über  $X_g$  vergleichbar.

An jedem Druckbauchmaximum ist das Magn. Pot. noch minus  $-$ .

Exakt an einem Druckknoten = Perturbationsspirale **links (West)** ist  $1/q=1,0$  = Magnituden Nulldurchgang.

Vor einem Druckbauch = nach einem Druckknoten = Perturbationsspirale **unten (Süden)**:

**negative** Querschnittserweiterung Faktor  $1/q_0$  bewirkt Magnitudenänderung (down), stärker

Nach einem Druckbauch = vor einem Druckknoten = Perturbationsspirale **oben (Norden)**:

**negative** Querschnittserweiterung  $1/q_0$  bewirkt Magnitudenänderung (up), schwächer

An einem Druckbauch = Perturbationsspirale rechts (Ost)

überwiegt noch **invers down** gegenüber **up**. Der Druckbauch liegt etwas vorher Richtung Süd, der Nulldurchgang Ost ist kurz nach einem Druckbauchmaximum.

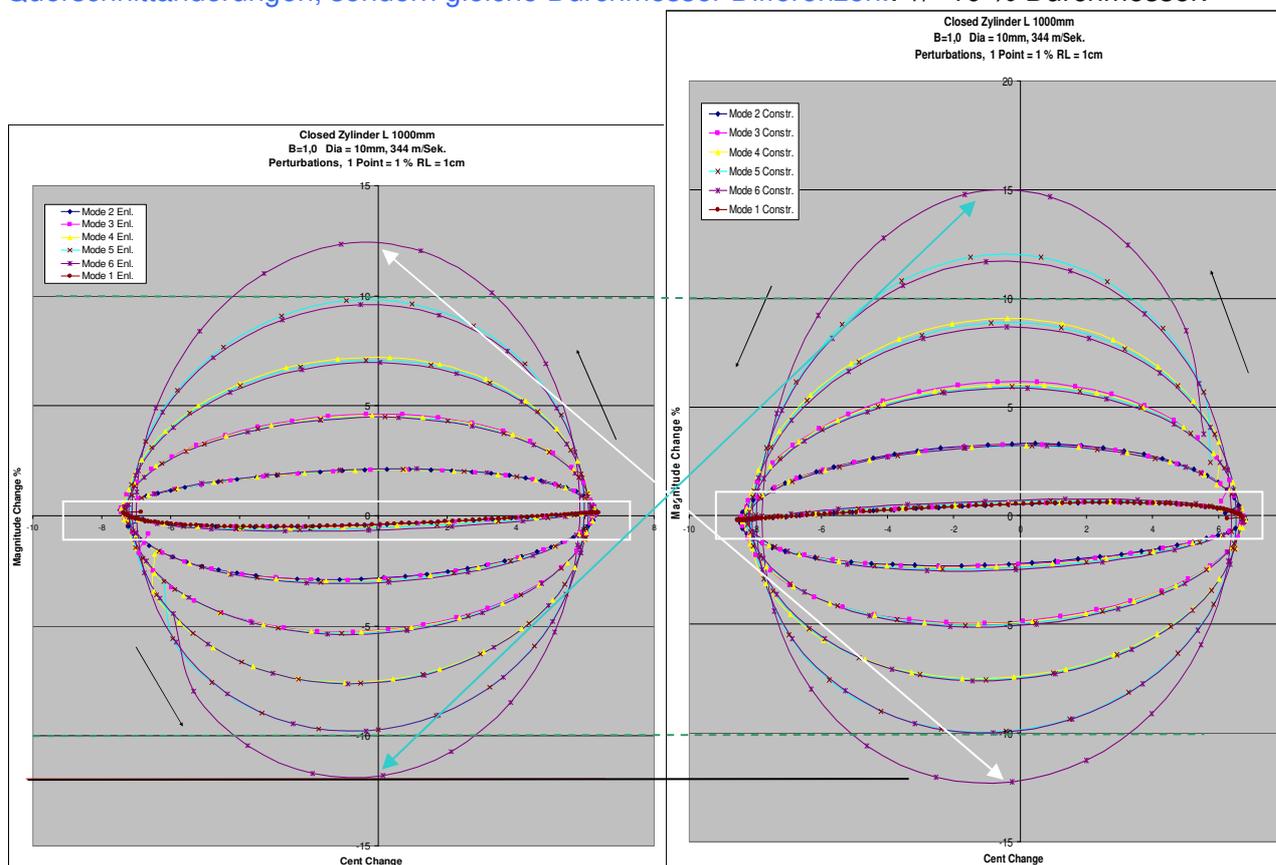
## Lokale Perturbationen, Perturbationsspiralen

Ich beginne das schwierige Thema nach dem Überblick mit Perturbationsspiralen und denke, daß dies den Einstieg etwas erleichtert. Die Auswirkungen von Boresize Änderungen auf Input Impedanz Magnituden werden in Sideletter #2 ausführlich behandelt, dieser sollte vorab durchforstet werden. Jetzt geht es um die Effekte und Auswirkungen durch lokale Perturbationen.

Wenn nicht anders ausgeführt, wird dabei eine Hülse als Einengung = Constriction oder als inverse Einengung = Enlargement beginnend vom geschlossenen Ende an das offene Ende verschoben. Positionsangaben x in Diagrammen sind dabei das Zentrum der „Hülse“ bzw. Störung bzw. Perturbation.

Die komplizierte Magnituden-Node-Bildung und inverses Potential der letzten 1/4 Wellenlänge wird separat ausführlich behandelt. Als Einstieg dienen vergleichsweise sehr kurze Perturbationslängen mit Durchmesseränderungen < +/-12%.

Aus Teil 2C, Zylinder, ART Plane Wave,  $-X > +X$ ; **nicht** zueinander invers proportionale Querschnittänderungen, sondern gleiche Durchmesser Differenzen.: +/- 10 % Durchmesser.



Druckbäuche & Start bei Enlargements liegen links. Druckbäuche bei Constrictions liegen rechts.

Links nach rechts = Abstand 1/4 Wellenlänge. Im weißen Kasten: die letzte 1/4 Wellenlänge aller Resonanzmodes (#1-6). Pro höherem Mode kommen jeweils 2\* 1/4 WL hinzu = 1 Umrundung.

Wie man rasch erkennen kann, hat jede weitere 1/4 Wellenlänge ein bestimmtes, stärkeres Magnitudenpotential, das aber kurioserweise bei allen Modes vergleichbar stark ist.

Beachten: Alles bei Enlargements in der unteren Hälfte entspricht der oberen Hälfte bei Constrictions! Maximales Magnituden Änderungs-Potential ist nach ungeraden 1/8 WL Abständen. Türkiser Pfeil: Änderung bei Position 1/8 WL Rohr, weißer Pfeil: Änderung bei Pos. 3/8 WL Rohr.

Enlargements haben hier bei gleicher Durchmesserdiffferenz beim Anheben geringeres Potential - das ist immer vor Druckbäuchen, beim Absenken aber in etwa vergleichbar stark wie Constrictions. Betrachtet man Mode 6, so ist das max. inverse Pot down -12 % mit Enlargements nach 1/8 WL vom geschlossenen Ende erreicht, mit Constrictions ist es nicht inverses Potential und erst nach 3/8 WL erreicht.

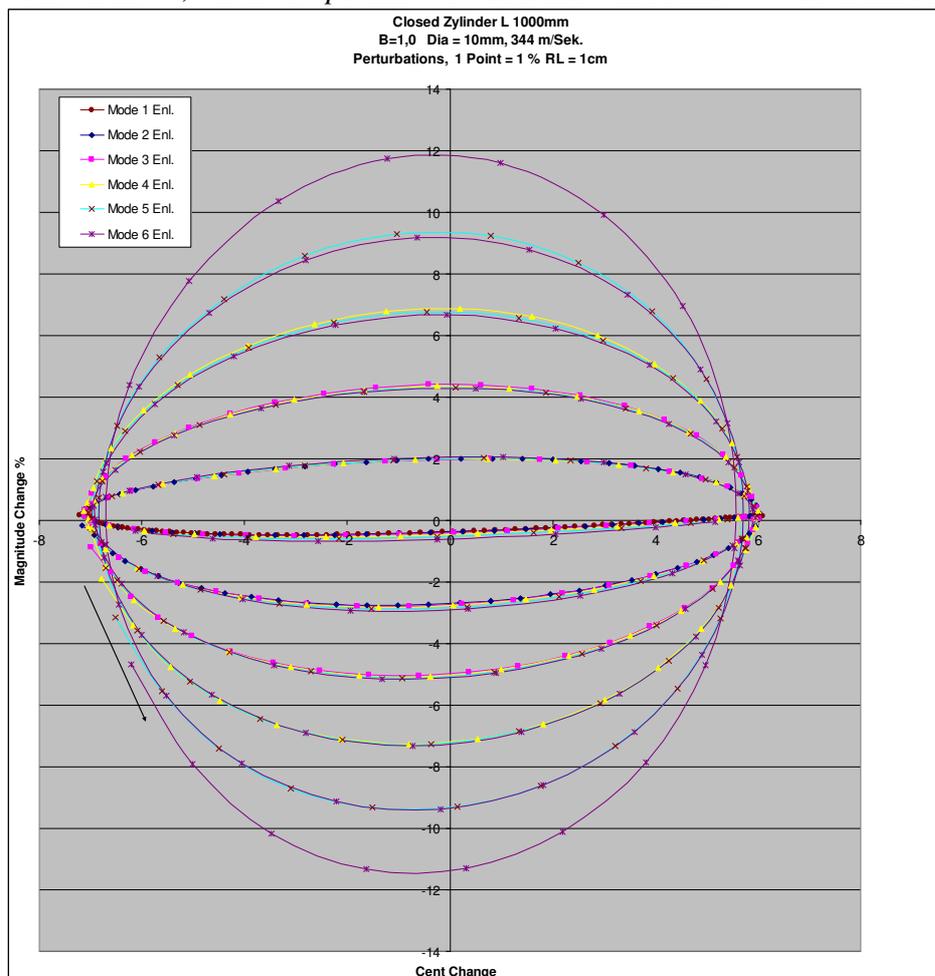
Alle Modes haben mit Enlargements bei Position = 1/8 WL maximales nicht inverses Potential, mit Constrictions bei Position = 1/8 WL max. inverses Potential, das immer stärker ausfällt.

Beim konkreten Fall Rohr 1m, Dia 10mm und Std. Perturbation 20mm R=0,5mm ist die Vertiefung mit Enlargements nach Druckbäuchen Faktor ~1,25 geringer als Erhöhung mit Constriction

Gleiche Durchmesser Änderungen haben somit kein vergleichbares Potential. Betrachten wir daher besser Constrictions, die invers proportional zum Querschnittfaktor  $q_0$  von Aufweitungen sind: Querschnittfaktor der Einengungen =  $1/q_0$ .

### Interpretation von Perturbations-„Spiralen“:

Lokale Querschnitt Erweiterungen,  $q_0=1,1$   $q_0^2=1,21$  ( $1/q_0^2 = 0,8264$ ) ( $1/q_0=0,90909$ )  
Std. Pert. = Aufweitung von 10 auf 11mm Durchmesser, Länge 20mm. Diff.X = 0,21  
Loss Faktor 1,1 und Temperatur 23° Celsius. Daten aus ART Simulation 2023.



**Druchbäuche** liegen bei Enlargements jeweils **links**, rechts sind die Druckknoten/Flussbäuche. Links = Start geschlossenes Rohrende, rechts = Ende offenes Rohrende (oder Druckknoten)

y-Achse = Input Impedanz Magnitude = direkt proportionale Skala, Differenz in %,  
Magnitudeneffekte sind aber indirekt proportional und es erfolgt eine fortlaufende Abschwächung anhand Position mit Entfernung vom geschlossenen Rohrende (Input).

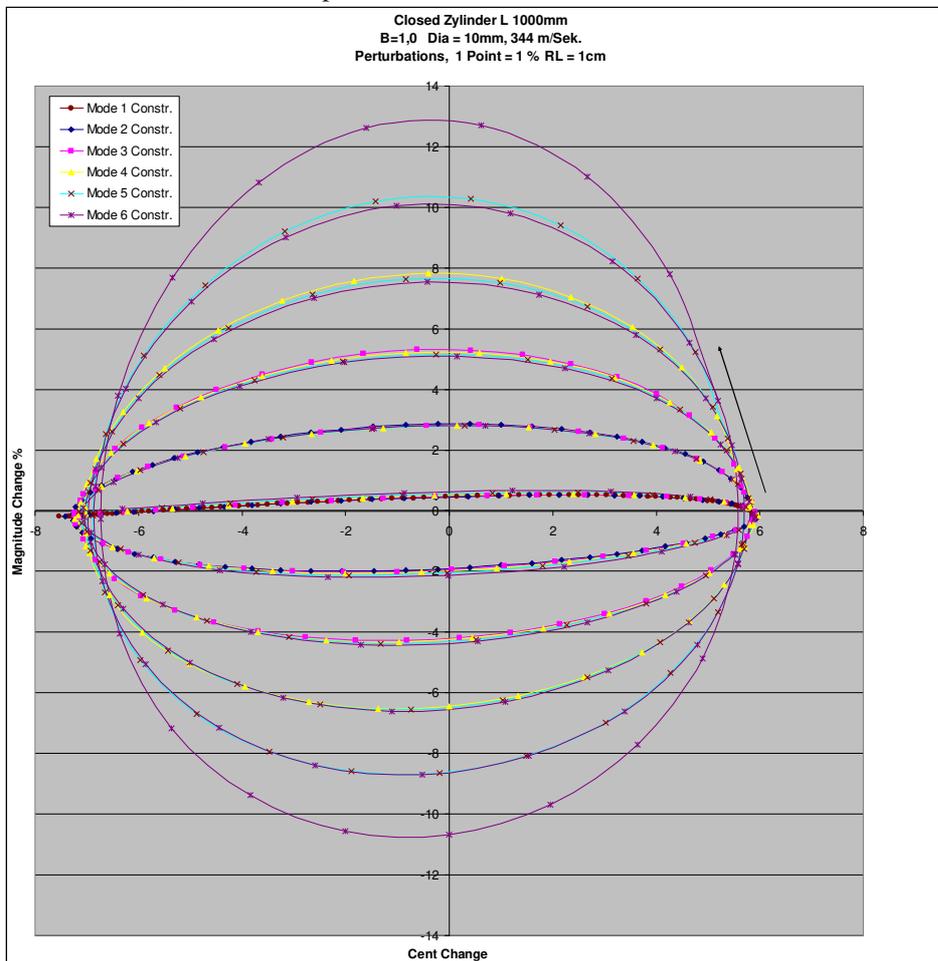
Nach einem Druckbauch = vor einem Druckknoten = **unten (Süden)**:  
 Querschnittserweiterung Faktor q bewirkt  $1/q$  Magnitudenänderung (down), = **schwächer**

Vor einem Druckbauch = nach einem Druckknoten = **oben (Norden)**:  
 Querschnittserweiterung Faktor q bewirkt  $1 \cdot q$  Magnitudenänderung (up) = **inverse Auswirkung**  
 tiefe Modes haben diese Position erst weiter entfernt, daher nach oben zus. stärker abgeschwächt.

(das tatsächlich Potential von  $1/q$  hängt zusätzlich von der Perturbationslänge und Position ab, es sollen hier die invers proportionalen Verhältnisse aufgezeigt werden).

x-Achse = Pitch in Cent = logarithmisch, gleiche +- Cent Werte wären invers proportionales Pot. -7,5 Cent sind invers prop. +7,5 Cent; Diff. Pot. up an Druckknoten / Diff. Pot. dn an Druckbäuchen =  $\sim 80\% \sim 1/q^2$  um das **Enlargements an Druckknoten weniger die Resonanzfrequenz erhöhen**.  
**Pitch-Potential: max. Frequenz-Erhöhung ist  $\sim$  Faktor  $1/q^2$  schwächer als Frequenz-Vertiefung.**

Lokale Querschnitt Einengungen,  **$1/q_0=0,90909$**   $q_0=1,1$  ( $q_0^2=1,21$ )  $1/q_0^2 = 0,82644$   
**inv.prop.Pert.** = Einengung von 10 auf 9,0909 mm Durchmesser, Länge 20mm. Diff.X = 0,17355  
 Loss Faktor 1,1 und Temperatur 23° Celsius. Daten aus ART Simulation 2023.



**Druchbäuche** liegen bei Constrictions jeweils **rechts**, links sind die Druckknoten/Flussbäuche.  
 Rechts = Start geschlossenes Rohrende, links = Ende offenes Rohrende (oder Druckknoten)

y-Achse = Input Impedanz Magnitude = direkt proportionale Skala, Ergebnisse sind aber indirekt proportional, sowie eine fortlaufende Abschwächung anhand Position mit Entfernung vom geschlossenen Rohrende (Input).

Nach einem Druckbauch = vor einem Druckknoten = **oben (Norden)**:  
 Querschnitteinengung Faktor  $1/q$  bewirkt  $1 \cdot q$  Magnitudenänderung (up), = **stärker**

Vor einem Druckbauch = nach einem Druckknoten = **unten (Süden)**:  
 Querschnittserweiterung Faktor  $1/q$  bewirkt  $1/q$  Magnitudenänderung (down) = **inverses Verhalten**

(das tatsächliche Potential von  $1/(1/q) = q$  hängt zusätzlich von der Perturbationslänge und Position ab, es sollen hier die invers proportionalen Verhältnisse aufgezeigt werden).

x-Achse = Pitch in Cent = logarithmisch, gleiche +/- Cent Werte wären invers proportionales Pot.  
 $-7,5$  Cent sind invers prop.  $+7,5$  Cent; Diff. Pot. up an Druckknoten / Diff. Pot. dn an Druckbäuchen  
 $= \sim 80\% \sim 1/q^2$  um das Constrictions an Druckbäuchen weniger die Resonanzfrequenz erhöhen.  
**Pitch-Potential: max. Frequenz-Erhöhung ist  $\sim$  Faktor  $1/q^2$  schwächer als Frequenz-Vertiefung.**

Auf den ersten Blick scheint es, daß nun das Magnituden Änderungspotential noch chaotischer verteilt ist, es lässt sich nun aber besser analytisch zerlegen, betrachten und vergleichen. Bevor das geschieht, noch Anmerkungen zu Magnituden Nodes und viskothermalen Verlusten.

Was ein Magnituden Nulldurchgang / Node und eine maximale Magnitudenänderung effektiv bedeutet:

Bei einem Rohr mit konstantem Querschnitt ist die Magnitude über  $\rho^*c$  = auch (char. Frequ.) und bei 10 mm mit  $\rho^*c / S$  = char. Imp. = Basis 1,0 bzw. Geomittel für Abweichungen davon definierbar.

Der Faktor der Abweichung, positiv entspricht dann invers proportional  $1/\text{mehr}$  = weniger.  
 Dagegen ist eine Differenz+ zahlenmässig größer als eine Differenz-, aber bei log. Betrachtung gleich +/-

Wir beobachten (aus gutem Grund) immer den Wert Magnitude  $Z_{in}$  am geschlossenen Ende, das ist aber ein Faktor: Kraft pro Fläche zu Volumenfluss pro Sekunde. Bei höheren Modes liegt das Magn. max.  $\sim 1/8$  WL = arithm. Mittel zwischen Magnitudennulldurchgängen, aber was sind Magn. Nodes tatsächlich:

Ist ein Rohr Querschnitt  $S$  komplett grösser, dann ist  $\rho^*c / S$  komplett  $Z_c$  kleiner.  
 wird ein Rohr  $S$  komplett kleiner, dann ist  $\rho^*c / S$  komplett  $Z_c$  grösser.

Daraus folgt vereinfacht:

Magnitudenänderung Peak (Faktor) ist invers prop. zur  $\sqrt{}$  der Querschnittflächenänderung (Faktor)  $1/\sqrt{q^2}$ ,  
 Der Änderungsfaktor der charakteristischen Impedanz  $Z_c$  „Grundwiderstand“ ist allerdings:  $1/q^2$ .

Kommt es trotz einer Änderung des Querschnittes an bestimmten Positionen zu keiner Änderung des Faktors Druck zu Fluss am geschlossenen Ende, bedeutet das auch z.B. bei mehr Druck zu mehr Fluss in jener Größe, wo das Ratio und somit die  $Z$  Magnitude am Eingang gleich bleibt - einen Nulldurchgang, allerdings dann bei einer abgeänderten Frequenz.

Betrachtet man z. B. die Perturbationsspiralen, dann gibt es pro Mode **cirka** nach jeder  $1/4$  WL je einmal  
 ein Ratio höherer Druck zu höherem Fluss wo Faktor = 1,0 = Magnituden-Node  
 ein Ratio geringerer Druck zu geringerem Fluss wo Faktor = 1,0 = Magnituden-Node

sowie höherer Druck zu geringerem Fluss wo Faktor  $>1,0$  +Magn. Pot. mit einem Max +  
 sowie geringerer Druck zu höherem Fluss wo Faktor  $<1,0$  - Magn. Pot. mit einem Max -

Der Wert  $\rho^*c / S$  = char. Impedanz  $Z_c$  wäre am Eingang nicht verändert – Peaks würden aber bei einer anderen Frequenz „Pitch“ auftreten. Bei der „neuen“ Frequenz wäre die Magnitude (hier durchgangsweise) nicht geändert, an der „original“ Frequenz jedoch schon. Deshalb finden wir Magnitudennodes nur bei teilweisen Rohränderungen. Eine lokale Änderung kann daher mit einer 2. Änderung nicht vollständig kompensiert werden, dazu wäre mindestens eine 3. lokale Änderung notwendig und würde nur diesen einzigen Peak betreffen. Siehe double Perturbations, split Perturbations Teil 4 und Teil 2F Leadpipes.

Ändert sich der ganze Rohrquerschnitt, ändert sich  $Z_c$  und die Peak Magnitude (und die Frequ. gering mit), ändert sich die Rohrlänge, ändert sich die Frequenz und Wellenlänge, die Peak Magnitude ändert sich im Verhältnis  $\sqrt{1/\text{Rohrlängenänderung}}$  mit,  $Z_c$  ist aber unverändert, Verluste durch Wandreibung müssen aber zusätzlich berücksichtigt werden. Wir das Rohr komplett geändert, dann können wir nicht von Magnituden Nodes am geschlossenen Ende und am offenen Ende sprechen, wir finden solche nicht.

## Peak Hüllkurven bei globalen und lokalen Perturbationen

### Theorie – Viskothermale Verluste – Boresizeänderung:

Z Peak ändert sich anhand Faktor  $*1/\sqrt{\text{Frequenzfaktor}}$  =  $*\sqrt{1/\text{Freq.Faktor}}$  =  $*1/\sqrt{\text{FF}}$   
 oder auch =steigt (und fällt) mit  $\sqrt{\text{Wellenlänge}}$  =  $*\sqrt{\text{Wellenlängenfaktor}}$   
 =fällt (und steigt) invers prop mit  $1/\sqrt{\text{Frequ.}}$  FF = Frequenzfaktor

Ich nehme Mode #1 bzw. die letzte ¼ Wellenlänge nun vorerst aus der folgenden Betrachtung heraus

### Globale „Boresize“ Änderung – Verhalten der Input Magnituden Zmax (Peaks):

Wird Pitch um  $\text{FF} > 1,0$  (höher) würde die Magn.  $*1/\sqrt{\text{FF}}$  (schwächer ausfallen;) =NUR Pitch geändert  
 Wird Pitch um  $\text{FF} < 1,0$  (tiefer) würde die Magn.  $*1/\sqrt{\text{FF}}$  (stärker ausfallen;) =NUR Pitch geändert,  
 die Magnitude wäre ihrer Hüllkurve gefolgt <-stärker .. schwächer->, anhand  $*1/\sqrt{\text{FF}}$ .  
 Da die Magnitudenänderung =  $*1/\sqrt{\text{FF}}$  ist, gibt es Pitch Potential und dazu inverses Magnituden Potential.

Einfacher formuliert: Wird der ganze Rohrquerschnitt abgeändert, dann hätten Peaks bei tieferer Frequenz (engeres Rohr) höhere Peak Magnituden und Peaks bei höherer Frequenz (weiteres Rohr) geringere Zmax.  
**Es gibt in diesem Fall keine Magnitudenulldurchgänge** = Änderungen Pitch ohne Änderung Magnitude!  
 Das ginge nur mit mehreren Rohren (pro Peak 1 Rohr), wo neben dem Durchmesser auch die Länge variiert werden müsste. Siehe Sideletter #2 mit Beispielen.

Bei lokalen Perturbationen werden globale Frequenzen der Peaks unterschiedlich up / dn verschoben.

**An Flussbäuchen** ( beim Zylinder ~ gleich Druckknoten) gilt die obige Aussage teilweise weiter:  
 Eine Erweiterung hebt die globale Peakfrequenz; die Input Z Magnitude hat nun aber kein/kaum Potential!

**Lokale Perturbationen an Druckbäuchen** eines Resonanzmodes wirken hingegen dazu invers:  
 Eine Erweiterung senkt die globale Peakfrequenz; die Input Z Magnitude hat nun kein / kaum Potential!

Einengungen wirken wiederum invers zu Erweiterungen lokal, wie auch global.  
 Wird die Magnitude durch eine Perturbation nicht geändert, nenne ich diese Positionen „Magnituden-Nodes“.

Wird Pitch um  $\text{FF} > 1,0$  höher bei gleicher Magn., wurde auch Zmax invers  $*\sqrt{\text{FF}}$  mitverändert (stärker)  
 Wird Pitch um  $\text{FF} < 1,0$  tiefer bei gleicher Magn., wurde auch Zmax invers  $*\sqrt{\text{FF}}$  mitverändert (schwächer)  
 und wir finden sie als Magnituden-Nodes in der unmittelbaren Nähe von max. Pitch Pot up/dn Positionen.

Folgendes gilt nur für Zylinder: (Bei Blasinstrumenten mit Mundstück, Schallbecher gibt es Versatz!)

z.B. bei Perturbationsspiralen als Auswertung der Ergebnisse würde das bedeuten,  
 Enl an DB (lower pitch), West; Magnitude bereits mitgeändert,  $*\sqrt{\text{FF}}$  dn to Pot. 0 = Magnituden-Nodes  
 Constr DK (lower pitch), West; ..... dn to Pot. 0  
 Enl an DK (higher pitch), Ost ..... up to Pot. 0  
 Constr DB (higher pitch), Ost ..... up to Pot. 0

Mögliche Frequenzänderungen sind generell immer wesentlich kleiner als Magnitudenänderungen.  
 Frequenzfaktoren sind normalerweise auch so gering, daß die Wurzel daraus gegenüber dem Magnituden-Potential zwischen Druck- und Flussbäuchen verschwindend klein wird.

Beispiel +10 Cent durch lokale Perturbation wären ein Frequenzfaktor von „nur“  $\sim *1,0058$  (0,58%) und die Magnituden wurden (klammheimlich) um  $*\sqrt{\text{FF}} = 1,0029$  = 0,3 Prozent mit erhöht und ergeben so Magnituden-Nodes (noch näher) in der Nähe von maximalem Pitch Pot.

Man bräuchte ev. nicht lange darüber nachdenken, wäre da nicht die „verflixte letzte“ ¼ WL im Zylinder, es ist sprichwörtlich die „letzte Meile“, die alles scheinbar sehr verkompliziert. Diese wird daher vorerst ausgeklammert und später ausführlich behandelt.

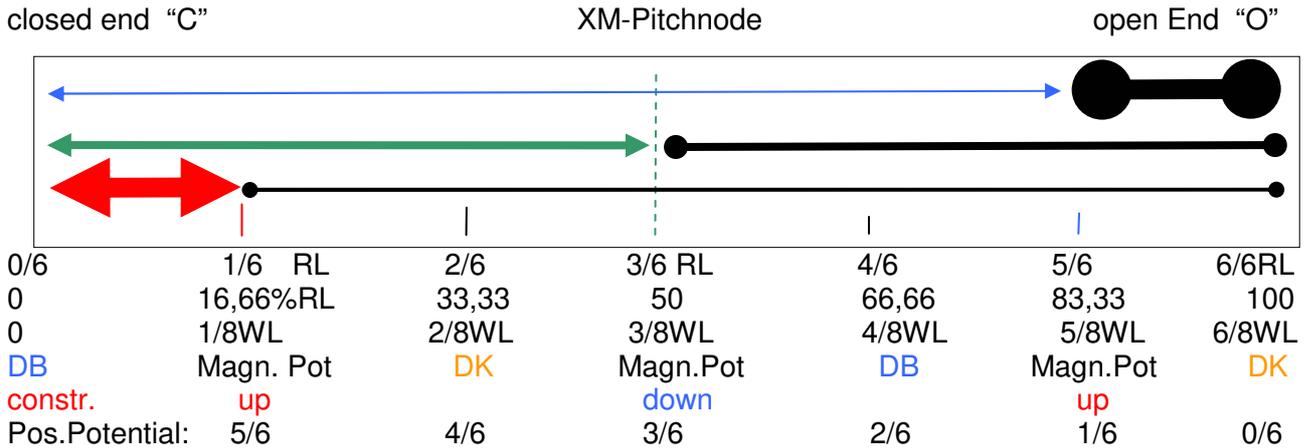
**Magnituden-Potential – Abhängigkeiten und Komponenten:**

1. der Abstand vom geschlossenen Ende (oder offenen Ende) muß ein Pos. Pot. ergeben.
2. die Perturbationslänge – anteilig zur 1/4 WL (max. Pot) muss ein PL Potential ergeben
3. der Querschnittsfaktor muss ein q0<sup>2</sup> Potential ergeben

TL Pot. Magnituden = Positions-Pot \* Perturbationslängenpot. \* Querschnittpotential

**1. Magnituden Perturb. Positions-Pot. anhand Rohr-Teilung durch gegenwirkender Kräfte:**

Mode #2, Rohrlänge 1m, Wellenlänge = 1,33m, 1/8WL = 0,166m. 6/8WL „passen“ in das Rohr



Am geschlossenen Ende ist der Fluss immer ~Null, eine Constriction staut druckbauchseitig Druck, und somit ändert sich die Input-Magnitude Druck:Fluss positionsabhängig.

Wird das Rohr in 2 Teile „aufgeteilt“, müssen sich die beiden Teile gegenseitig beeinflussen. Ich nenne den entstehenden linken Teil = closed-open Teil C, rechter Teil open-open: O.

Denken wir uns das offene Rohr O wie einen Luftpropfen mit Masse, das geschlossene Rohr C wie eine Feder. Das Stauchen der Feder erfordert kinetische Energie, die Feder C erhält pot. Energie.

Teilung bei 3/6 RL = 1/2 = 0,5 RL: Der Druckbauch ist im rechten Teil O, links sinkt die Magnitude, und zwar mit einem Potential = ~ 50%. 3/6 C zu 3/6 O. =50:50% Kräfteverhältnis der Halbrohre. Die Feder ist zu 50% gespannt. Würde sie weiter gespannt (z.b. annähernd 100%), kann nicht mehr als 2faches Potential gegenüber 50% Rohrlänge auftreten, und dies ergeben die Versuche auch. Das halbe Potential bei 50% Rohrlänge und Constr. ergibt mit Std. Pert. -2,3%

Wird das Rohr gar nicht geteilt ergibt sich 6/6C zu 0/6C = 0 % Perturbations-Potential.

Wird das Rohr bei 5/6 RL geteilt, dann liegt der letzte Druckbauch links, Imp. Magn. Pot steigt. Das Verhältnis ist nun 5/6 Rohr C zu 1/6 Rohr O. 83,33:16,66 =5:1 aber 5/6 / 6/6 = 83,33%. Dennoch gibt es ein Volumenverhältnis von 5 gegen 1 von gesamten 6 Teilen. Die Masse Rohr O hat eine Masse von 1/6 der Gesamtmasse, die Feder ist im Gegensatz zu 50% nun über einen Bereich von 5/6 = 83,33% verteilt; d.h. sie ist nur zu 16,66% gespannt. 83,33% zusätzlich mögliches Potential „fehlt“. -2,3% bei 50% \*2 =100% \*0,166= 0,77 % Potential.

Wird das Rohr bei 1/6 RL geteilt, liegt der 1. Druckbauch links, Imp. Magn. Pot steigt. Das Verhältnis ist nun 1/6 Rohr C zu 5/6 Rohr O. 16,66:83,33 = 0,2 = 1/5 = 20%, allerdings sind 1/6 gleich 16,66 Prozent vom Gesamtrohr. Die Feder ist nun auf ein Sechstel ihrer Länge zusammengestaucht, hat 6faches Potential gegenüber „keinem“ Potential ohne Perturbation – das hilft nicht weiter – aber 16,66% mögliches Restpotential „fehlt“ durch die Masse am Ende Rohr O. 6/6RL Gesamt hätte ein „imaginäres Potential“ von 2 \* 2,3% = 4,6% bei Rohrlänge =0,0 /6\*5 = 3,83% bei 1/6 RL.

Das ist simple ein linear abfallendes Potential Gefälle / Steigung anhand Position x, und gibt ein mögliches Potential anhand einer tatsächlichen stattfindenden Perturbation vor.

Der Rohrlängenanteil nach der Perturbation bestimmt den möglichen Faktor (Umwandlung in pot. Energie) vor der Perturbation am geschlossenen Ende, solange der Querschnitt gleich bleibt.

$x =$  Abstand Perturbationszentrum vom geschlossenen Ende / Rohrlänge  
Input Magnituden Positions-Potential =  $1-x$ .

## 2. Das Längenpotential einer Perturbation ist ein Sinuswert, kein % Anteil

Das Längenpotential einer Perturbation ist ein Sinuswert, der bei  $\frac{1}{4}$  WL = 1,0 ergibt, d.h 90 Grad. Auch die Simulation einer Trompete mit ART hat diese Änderungen zu Tage gebracht.

Auch bei HAL #1 und HAL #2 Formeln für Pitch steckt diese Größe in den Formeln:  
 $kPL' =$  Kreiswellenzahl \* Perturbationslänge  $= (2\pi / \lambda) * PL'$

Beispiel Mode 3: Rohrlänge 1,0m Wellenlänge = 0,8m  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge = 0,2m.

$$2\pi/0,8 = 7,85 \text{ rad} * 0,2 \text{ m} = 1,57 \text{ rad} = 90 \text{ Grad.} \quad \sin(1,57) = 1,0 \text{ Längenpot. 100\%}$$

Eine Perturbation, die  $\frac{1}{2}$  Anteil einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge hat = 0,1m ergibt:

$$2\pi/0,8 = 7,85 \text{ rad} * 0,1 \text{ m} = 0,785 \text{ rad} = 45 \text{ Grad.} \quad \sin(0,785) = 0,7071 \text{ Pot., nicht 0,5}$$

Eine Perturbation, die  $\frac{1}{10}$  oder  $\frac{1}{20}$  einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge hat = 0,02m bzw. 0,01m ergibt:

$$2\pi/0,8 = 7,85 \text{ rad} * 0,02 \text{ m} = 0,157 \text{ rad} = 9 \text{ Grad.} \quad \sin(0,157) = 0,15643 \text{ nicht 0,10}$$

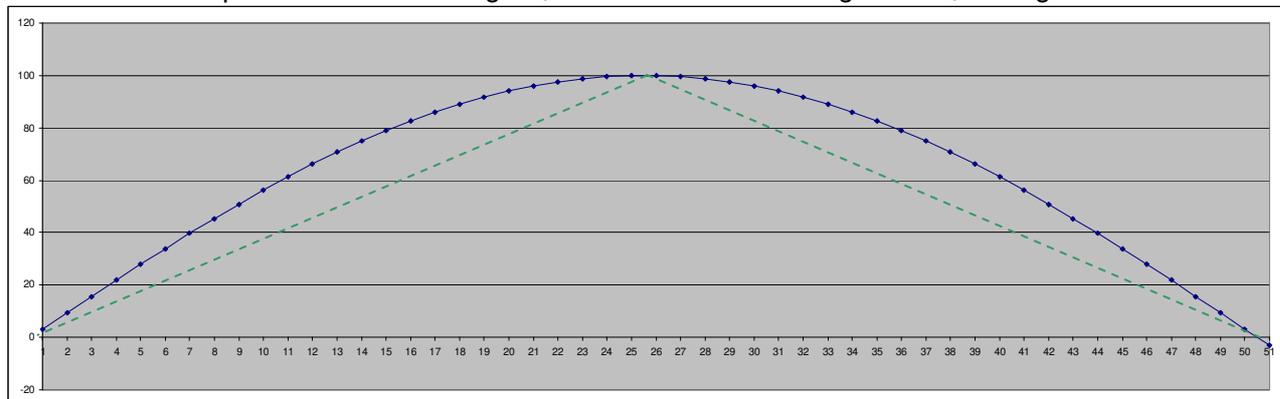
$$2\pi/0,8 = 7,85 \text{ rad} * 0,01 \text{ m} = 0,0785 \text{ rad} = 4,5 \text{ Grad.} \quad \sin(0,0785) = 0,0784 \text{ nicht 0,05}$$

D.h. kurze Perturbationslängen sind ~ den Faktor 1,57 stärker,  $\frac{1}{8}$ WL noch Faktor 1,4142 stärker, als ihr eigentlicher prozentueller Längenanteil an ihrer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge.

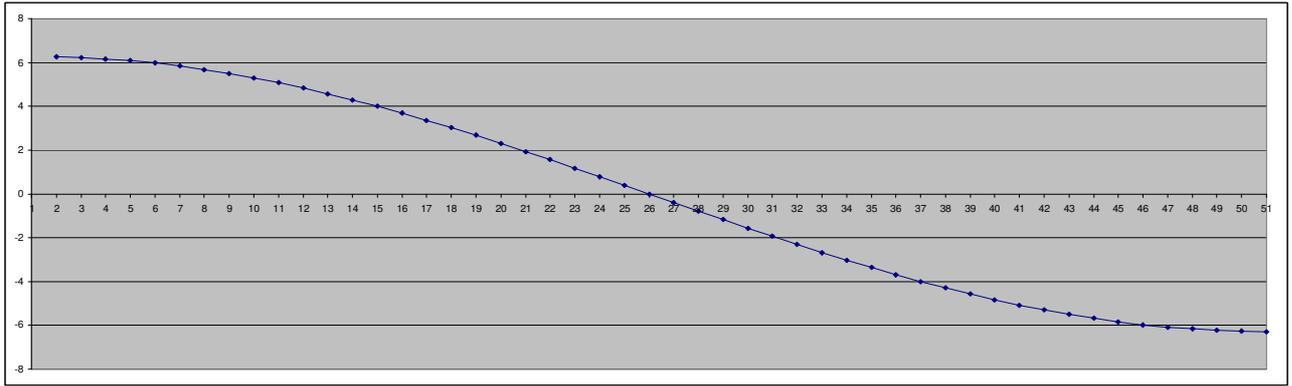
TL Pot. Magn. = Positions-Pot \* Sinus Perturbationslängenpot. \* Querschnittpotential

Das bedeutet das Querschnittpotential selbst ist anteilmäßig geringer, als es bei einem linearen prozentuellen anteilmäßigen Perturbationslängenpotential wäre.

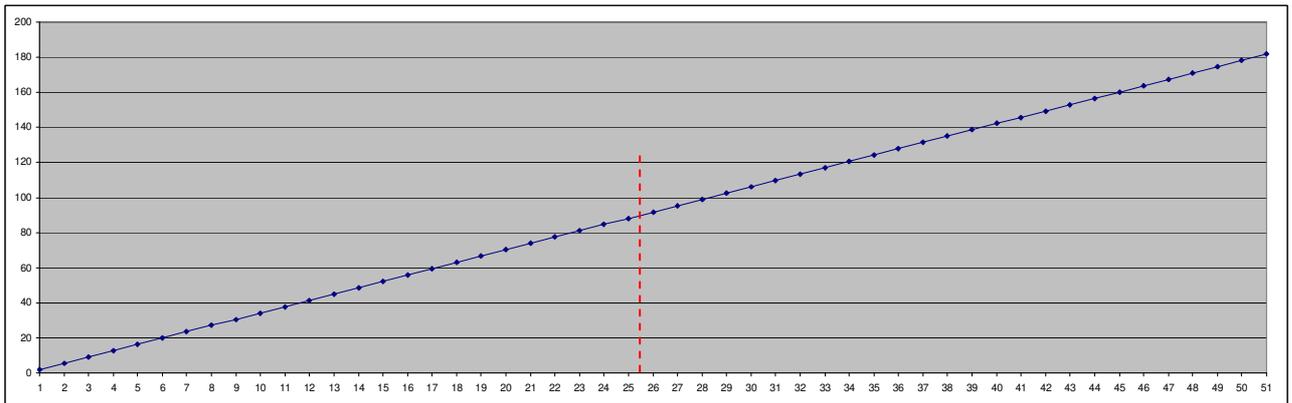
Mit der Standardperturbation mit Länge 0,02m =2% der Rohrlänge von 1,0m ergeben sich:



$x$ =Resonanz-Mode#,  $y$  = Prozent max. Perturbationslängenpotential bei 2% Anteil Rohrlänge  
 Bei einer Perturbationslänge von 2% der Rohrlänge ergibt sich das prozentuell max. mögliche Pot. anhand der Länge. Volles Potential 100% wo  $\frac{1}{4}$  WL = Perturbationslänge, = zw. Mode# 25 u. 26.  
 Bei 1% PL ist es zwischen Mode#50 und #51. *Strichliert der lineare Ansatz, der aber nicht zutrifft.*  
 Übersteigt die Perturbationslänge  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge, so nimmt das Pot. wieder ab, bei  $\sim 2 * \frac{1}{4}$  WL cancelt das Pot, bei  $\sim 3 * \frac{1}{4}$  WL wird es invers. -/+, usw.



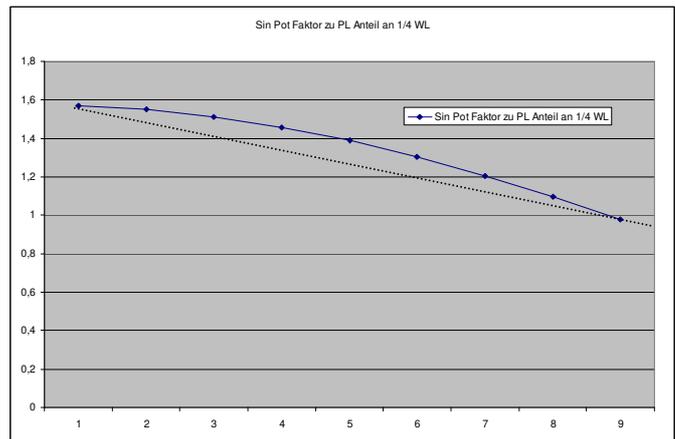
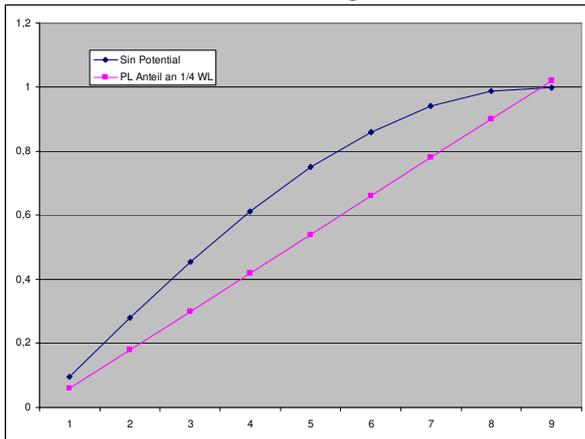
Die Änderungsrate = Steigung = 1. Ableitung gibt in % Pot. Zuwachs/Abfall pro Mode #.  $\pi^*$  %



Die Änderung des Winkels = Krümmung der Steigung ist dagegen linear = 2. Ableitung.  $-/+90^\circ$ .

Wenn die 2. Ableitung linear ist, dann ist die 3. Ableitung ein konstanter Wert mit  $\tan = 3,6$ .

Sinus - Perturbationslängen Potential  $\leq 1/4$  WL:

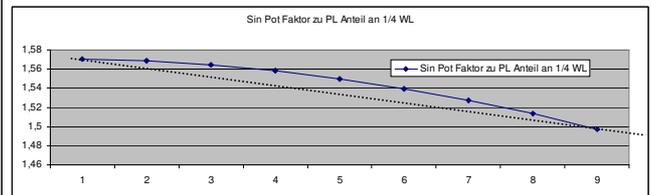
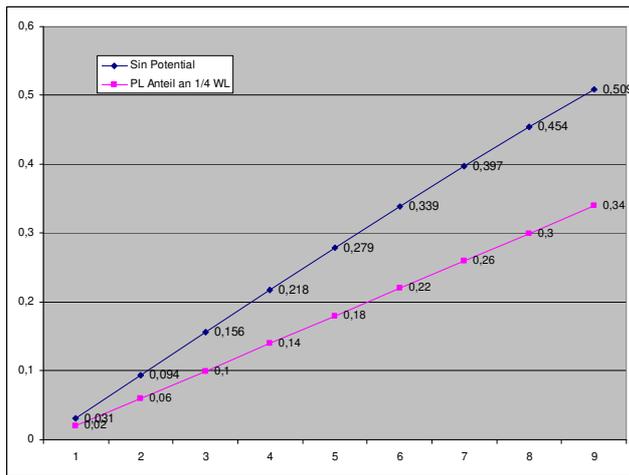


$x = \text{Mode \#}$ , mit  $PL = 6\%$  Rohrlänge  
 $90 \text{ Grad} = \pi/2 = 1,57 \rightarrow \text{Sin}(1,57 \text{ Rad}) = 1,0$

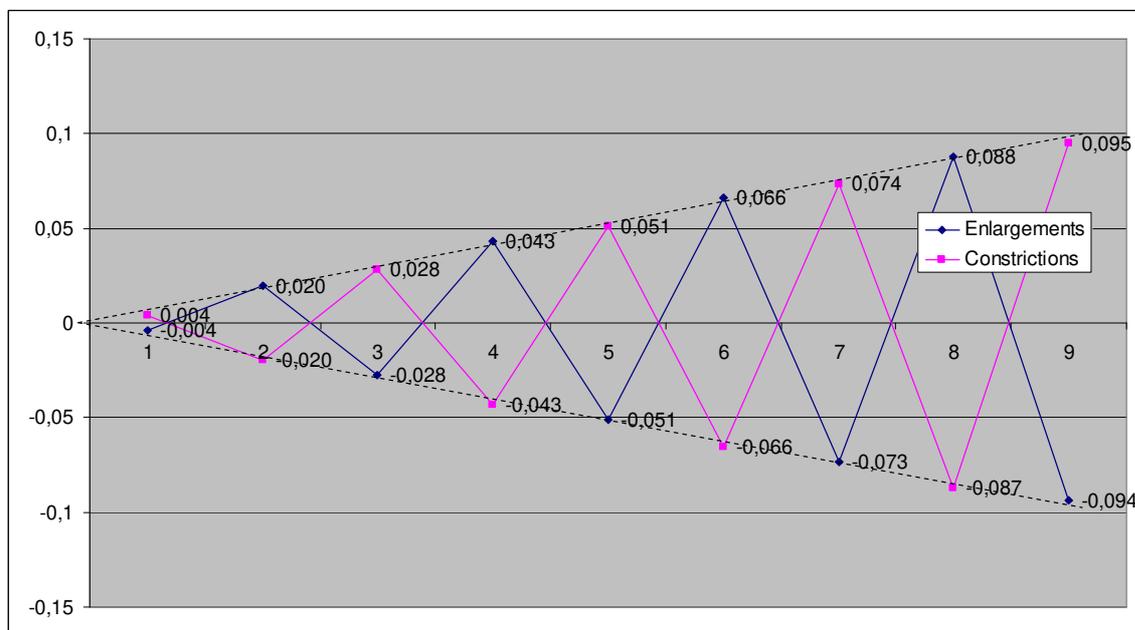
*lange Wellenlängen haben dann diesen Faktor stärkeres Magnitudenänderungs-Potential*

bei Mode #9 entspricht 6% Perturbationslänge  $\sim 1/4$  Wellenlänge  $\approx$  max. mögl. Sinus-Pot. anhand PL nur noch 1,0 bei zentrierter Perturbation.

Mode #1 (abnehmend gefolgt von den höheren Modes) hat somit max. Zugewinn durch das Sinus Potential gegenüber der Perturbationslänge.



Beträgt die PL wie hier nur 2% Rohrlänge, dann ist der Abfall des „überschüssigen“ Potentials wesentlich geringer, aber vorhanden. Bis Mode #9 fällt hier das Sinuspot nur auf Faktor 1,5 \* PL. *Die blauen Werte bilden aber keine Gerade, sondern noch immer eine Kurve, siehe rechte Grafik.*



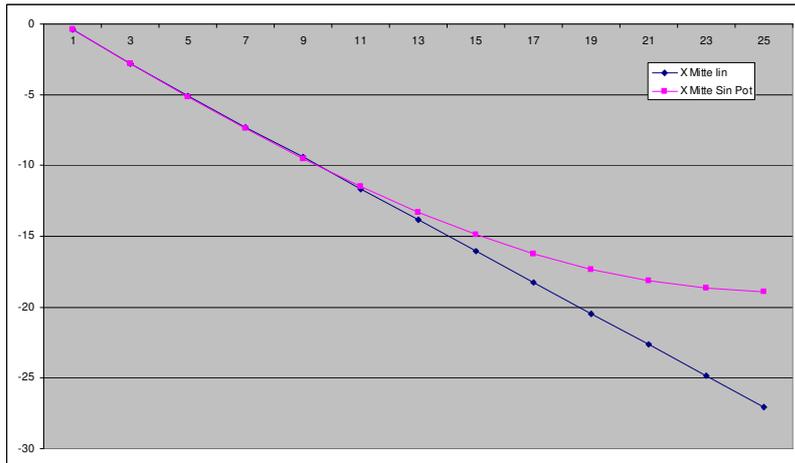
ART Sim 2023, *strichliert ~Xg-Pot*

x=Mode #, zentrierte Perturbationen mit PL=20mm=2% Rohrlänge, y=Magn. Change *Zin, Loss 1,1*  
Rohr Dia 10mm, Länge 1m, Enlargement  $q_0=1,1$  invers proportionale Einengung  $1/q_0=0,90909$

Obwohl die Steigung zu Beginn beinahe linear ist, greift das Sinus-PL Pot, bei Std. Perturbation, 1m Rohr Dia 10mm: (Mode 1 hat ~1,57\* mehr Pot. als sein PL-Faktor.)

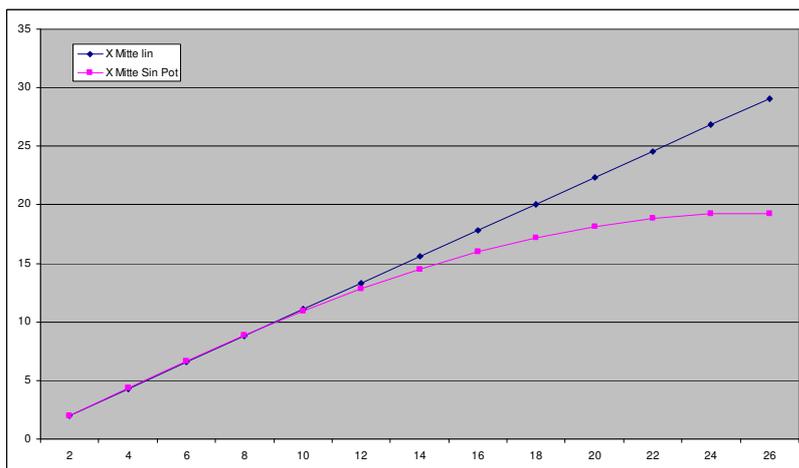
Im Endeffekt bedeutet es, daß das Magnitudenpotential nicht linear ansteigt, sondern durch das 1/4 WL Sinus Pot = 1,0 begrenzt wird und tiefe Modes dadurch mehr Potential erfahren.

Das Magnitudenpotential wächst daher nicht unendlich. Es kommt aber nicht zu einer „Abschwächung“ wie es die Grafiken vermuten lassen, sondern es ist eine Verstärkung bei tiefen Modes, und auch bei Pitch-Potential ist es so der Fall.



x = Mode Nummer, Enlargements mit nicht inversem Magn. Potential (=dn) bei 50% Rohrlänge  
Die Steigung pro Mode bei Rohrlänge Pos. 0,5 beträgt  $\sim -1,11\%$  = pro odd Mode =  $-2,22\%$

Ab Mode #7 beginnt das Sinus Potential zu greifen, die Potentialsteigerung nimmt dadurch ab,  
wir finden einen Wert der 1-Xg Pot ( $-19,09\%$ ) entspricht:  $-18,8\%$  bei  $\sim$ vollständiger Perturbation  
einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge (Mode 25)



x = Mode Nummer, Enlargements mit inversem Potential (=up) = Even Modes; bei 50% Rohrlänge  
Die Steigung pro Mode beträgt  $\sim +1,127\%$  = pro even Mode =  $+2,255\%$

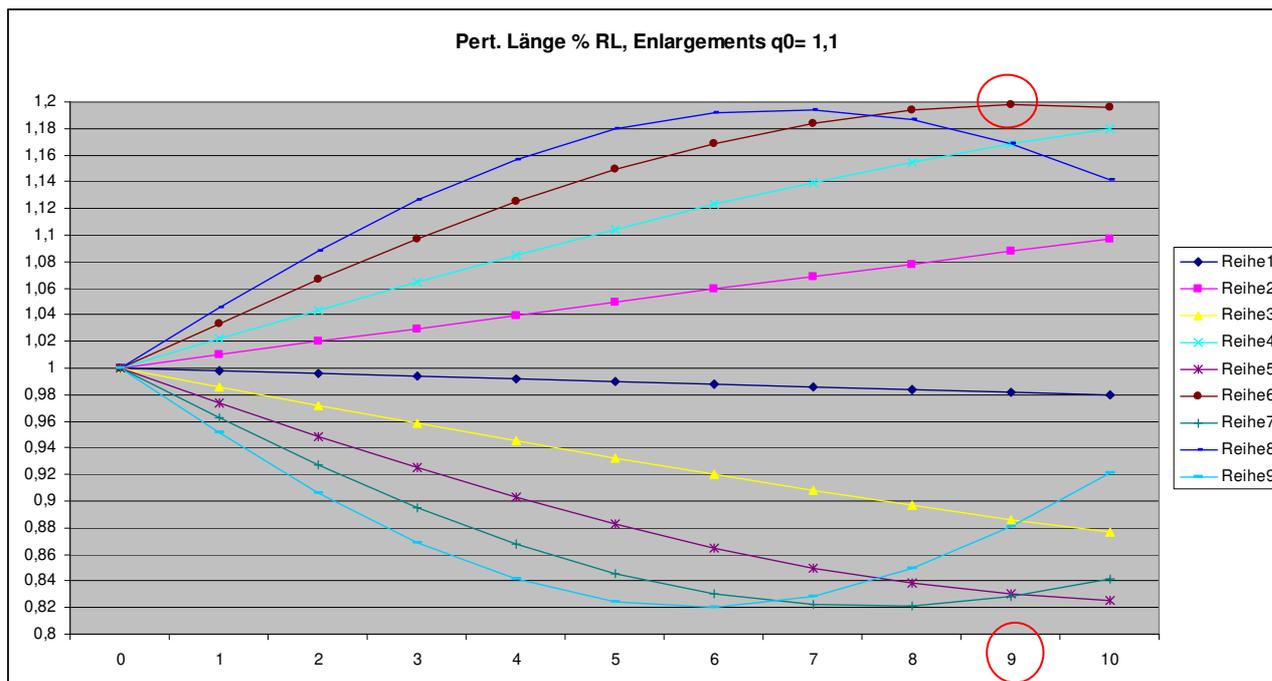
Ab Mode  $\sim$  #8 beginnt das Sinus Potential zu greifen, die Potentialsteigerung nimmt ab,  
wir finden einen Wert der 1+Xg Pot ( $19,09\%$ ) entspricht:  $+19,2\%$  bei  $\sim$ vollständiger Perturbation  
einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge (Mode 26),

Die max. mögl. Magn. Änderung mit der Std. Pert. ist daher  $< +/- 38\%$  und dies bei Mode 25!

**Zentrierte Perturbationen: ART Simulation Zylinder, Perturbationslänge um ~ 1/4WL:**

Mit  $q_0^2 = 1,21 = 10\%$  Durchmesseränderung,  $q_0 = 1,1$  wäre das Magnitudenpotential maximal +/- diesen Faktor 1,21 größer/kleiner, wenn die zentrierte Perturbationslänge  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge beträgt. Bei 50% Rohrlänge ist das Positionspotential allerdings ebenfalls 50%, d.h. das Magn. Pot. am Beginn ist  $2^*$  stärker. Insgesamt ist das gesamt gefundene mittlere Magnituden-Pot invers proportionaler Querschnittflächenänderungen  $(q_0^2-1)/q_0 = X/q_0 = X_g$  Geomittel, also um den Faktor  $q_0$  geringer als die Flächenänderung  $X_e$  ( $q_0^2-1$ ).

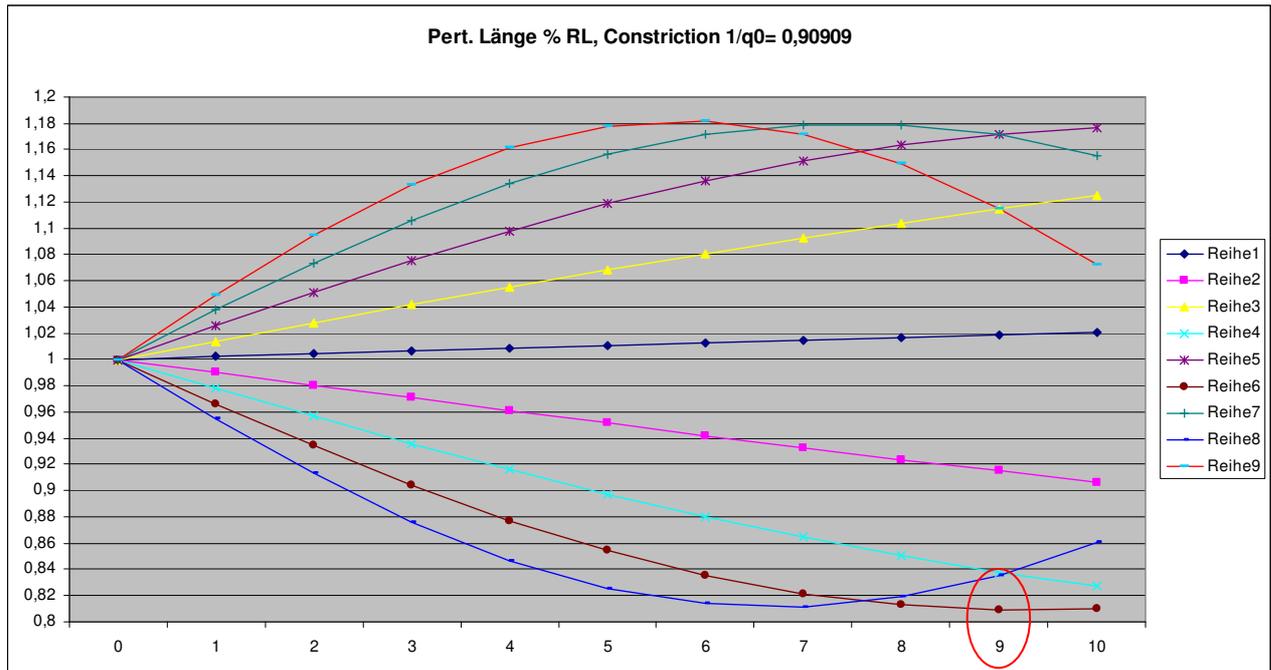
Resonanz	odd =	1/4 WL
Mode Nr.	Anzahl 1/4	= % RL
	WL	
1	1	100,00
2	3	33,33
3	5	20,00
4	7	14,29
5	9	11,11
6	11	9,09%
7	13	7,69
8	15	6,67
9	17	5,88



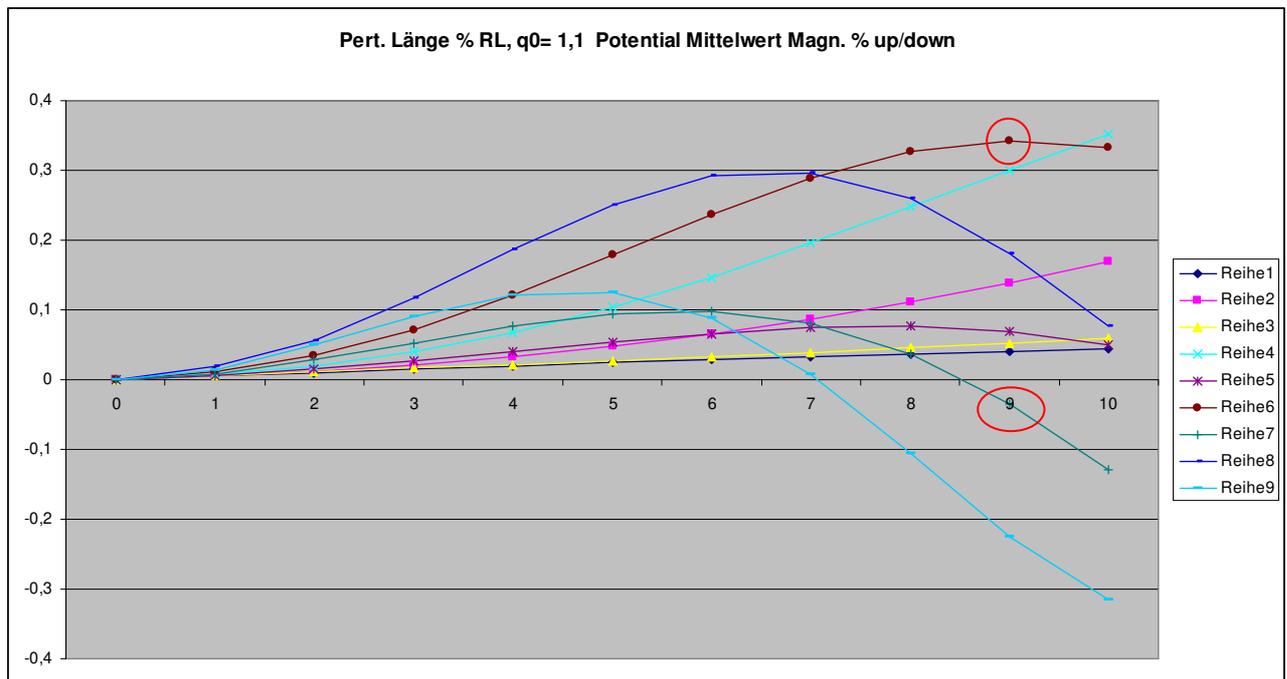
$x$  = Perturbation Länge in % Rohrlänge, Reihen = Mode #,  $y$  = Faktor Magnitudenänderung Zin.  
 die Perturbationen sind jeweils zentriert bei 50% Rohrlänge, Durchmesseränderung 10 auf 11mm,  
 $q_0^2 = 1,21$  Flächendifferenz als Faktor  $X = q_0^2 - 1 = +0,21$

Mittleres, maximales Magnitudenpotential bei 50% Rohrlänge  $(q_0^2-1)/q_0 = \text{Faktor } 1,1909 - 1 * 100 = 19\% * 2 = \text{max. Potential Hüllkurve am Rohrbeginn} = 38\%$  bei einer Querschnittaufweitung von 10%.

Bei Mode #6 entspricht 9% Perturbationslänge annähernd einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge,  
 bei Mode #9 entspricht  $\frac{1}{4}$  WL ~ 6% Perturbationslänge.  
 Alle even Modes # haben bei 50% inverses Potential = Magnitudenerhöhung bei Enlargement und mehr Pot. als  $X_g$ , alle odd modes nicht inverses Potential und weniger Pot. als  $X_g$  (0,1909)



x = Perturbation Länge in % Rohrlänge, Reihen = Mode #, y= Faktor Magnitudenänderung Zin.  
 Die Perturbationen sind jeweils zentriert bei 50% Rohrlänge, invers proportionale äquivalente  
 Durchmesseränderung von 10mm auf 9,0909 mm anhand  $1/q_0 = 0,909 \rightarrow 1/q_0^2 = 0,8264$   
 Even Modes inverses Pot = hier nur gering stärker als Xg, odd Modes gering schwächer als Xg.



Werden solche inverse Flächenänderungen berücksichtigt, d.h. Constrictions mit  $1/q_0^2$ , so haben  
 Enlargements und Constrictions bei Perturbationen ~ gleiches mittleres Gewicht. Es werden  
 Abweichungen von +/- ~0,4% gefunden, um die Enlargements Magnituden teils stärker erhöhen.

Jede Querschnittänderung ergibt allerdings ein Auseinanderdriften des Pot. Constriction gegen  
 Enlargement, dh. auch bei  $q_0 = 1,1$  ist dieser Effekt bereits (gering) vorhanden.

**Magnitudenänderung: Potential durch Querschnittflächenänderung:**

Das mögliche Magnituden Hüllkurven-Potential durch eine zentrierte Perturbation bei x= 50% Position der Rohrlänge ergibt sich anhand:

Positions-Potential \* Sinus-Perturbations-Längenpotential \* Querschnitt-Potential.

**Das Querschnitt-Potential ergibt sich aus:**

{ 2\* Geomittel Xg } + oder – ein Korrekturwert anhand X: even Modes +; odd Modes - ,

wobei invers proportionale Flächenänderungen selbes äquivalentes mittleres Potential zeigen.

Geomittel Xge = (q0<sup>2</sup>-1) / q0

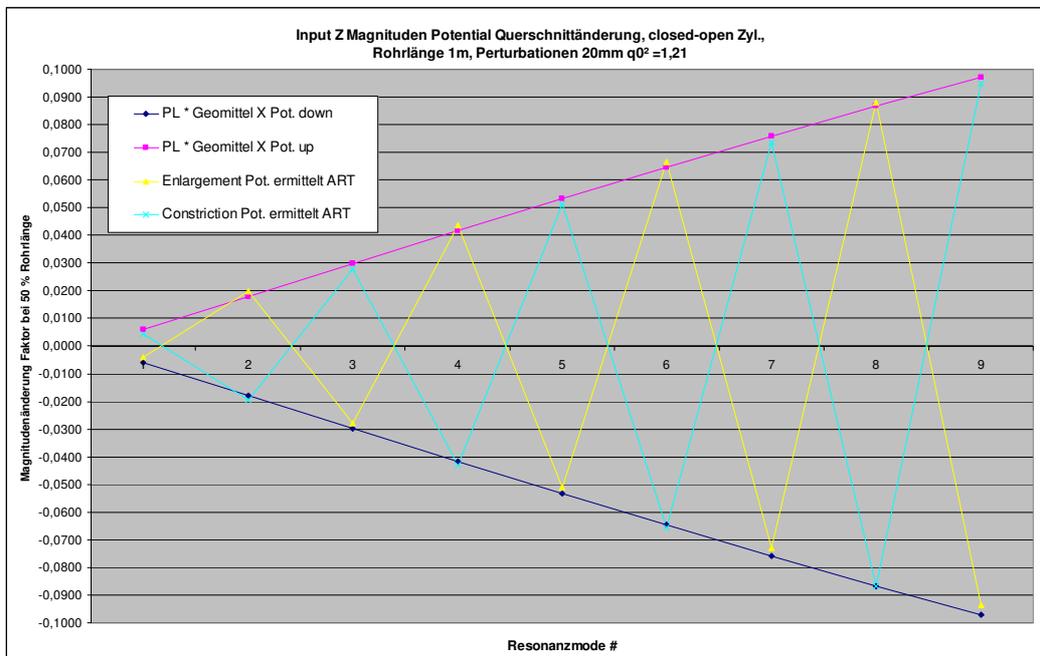
2\* denn die ermittelten Potential-Werte sind bei 50% Positionspotential (Rohrmitte ~Pot. Mitte)  
 (q0<sup>2</sup>-1) = q0<sup>2</sup>-1 = Xe, siehe Pitch Formel HAL  
 Xe / q0 = √ [(0-Xc) \* Xe] = Geomittel aus Xc Constriction und Xe Enlargement.

+ /- Der Korrektur: Perturbationslängenfaktor zu Rohrlänge, charakterisiert offenbar den tatsächlichen lokalen Effekt, der sich zum globalen Effekt addiert oder subtrahiert, d.h. durch die Perturbation selbst verursacht wird, zb. bei 2 %:

(Perturbationslänge/ Rohrlänge )-> 0,02 \* [Korrekturwert] \* 0,5 Pos.Pot. bei 50% Rohrlänge

Ob die Magnitude von Zin durch eine zentrierte Perturbation an Stelle x steigt oder fällt ergibt sich durch die Multiplikation der Hüllkurvenwerte mit einer Sinuskurve doppelter Frequenz:

ΔZin Magnitude = Ergebnis Magnitudenpotentialberechnung \* sin [ 2k von (2n-1) \*(x) ]



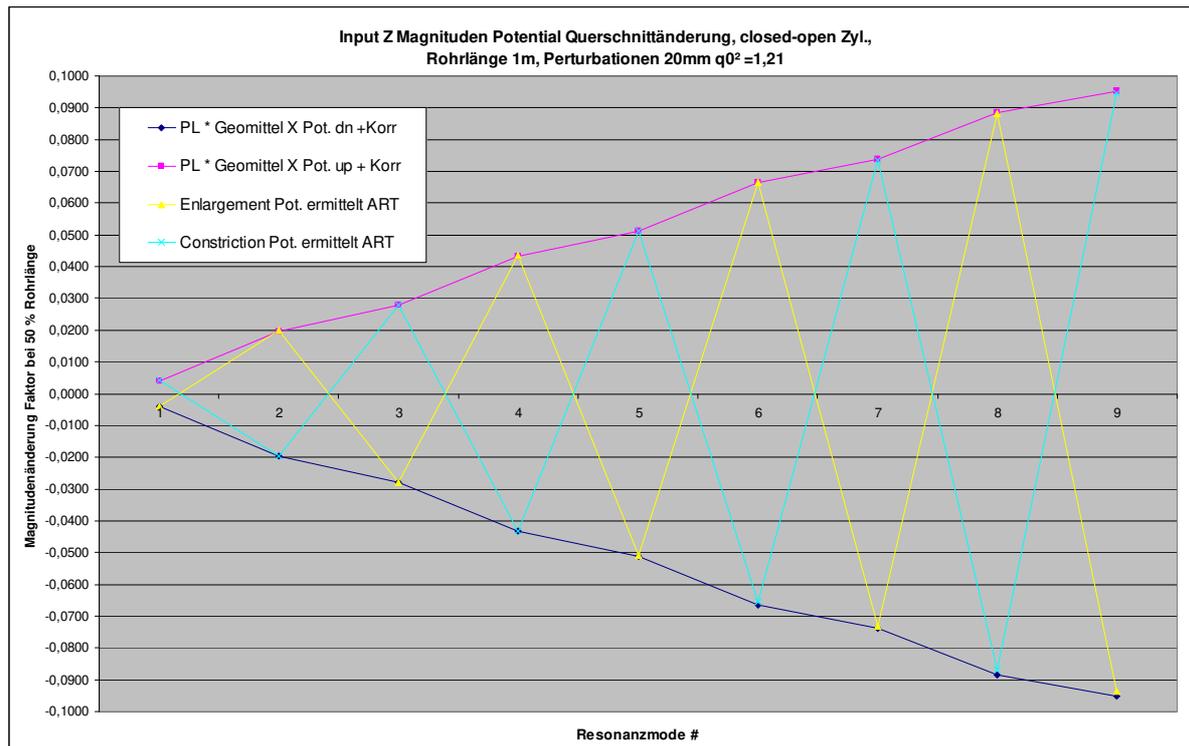
invers proportionale Perturbationen, bei 50% Rohrlänge zentriert, x=Mode#, y=ΔZin Magnitude  
 Zu erkennen: gerade Mode # = inverses Pot. bei 50% RL haben etwas mehr Potential als Xg-Pot.,  
 ungerade Mode # weniger Pot. als Xg, Xg ist ein Mittelwert, der so noch geringfügig abweicht.

Odd Modes liegen hier an abfallenden Druckbauchflanken, nicht inverses Pot = schwächer als Xg  
 Even Modes liegen hier an aufsteigenden –,- inverses Pot = stärker als Xg  
 sowohl bei Enlargements, = hier größerer Korr.Wert notwendig, als auch bei Constrictions!

Bei 50% Rohrlänge wirken so Enlargements schwächer dn, Constrictions stärker dn als Xg-Pot. „Mittleres“ Xg Pot ist also etwas schwächer als inverses Pot, und stärker als nicht inverses Pot.

Ohne folgende +/- Korrektur liegen die ermittelten mittleren Xg-Potentialwerte bei 50% Rohrlänge (die Korrekturwerte sind % Unterschiede im Magnitudenpotential, d.h. im Zehntel % Bereich) jeweils in einer ersten Näherung mit dem mittleren Korrekturwert **Xg selbst** (hier 0,1909) falsch, Korrektur mit Xg näherungsweise:  $(\text{Perturbationslänge/Rohrlänge}) * XG / 2 = (+ / - 0,001909)$

aber noch genauer:  $X_{he} = [(q0-1)*2] =$  Harmonisches Mittel aus  $X_e$  und  $X_g$ ;  $X_c = 1 - (1/q0^2)$   
 Xg Pot. ist bei odd Mode # zu stark; (nicht inverses Pot) -> - Korrektur mit  $X_{he}$  (hier 0,20000)  
 Xg Pot. ist bei even Mode # zu gering; ( inverses Pot)-> + Korrektur mit  $X_c$  (hier 0,17355)



Korrektur: odd Modes sind schwächer:  $-X_{he}$  (0,20) und even Modes stärker:  $+X_c$  (0,17355)

### Closed-open Cylinder $\frac{1}{4}$ WL zentriert perturbiert – Input Magnitude Zin:

Für ein simples, langes und enges Rohr ohne Querschnittänderungen ergibt sich folgende Konstellation:

Ab wann diese Definition greift wurde durchgearbeitet. Blechblasinstrumente befinden sich ausschließlich in dieser Kategorie. Panflöten, Orgelpfeifen und ähnliches werden davon teils stark abweichen.

Magnitudenänderungen sind miteinander vergleichbar, wenn die Querschnittflächenänderungen zueinander invers proportional sind. Es ergibt sich ein Querschnittpotential und Magnituden-Änderungspotential in einer ersten Näherung als geometrischer Mittelwert  $X_g$ .

Ungerade Resonanzmodes zeigen bei Querschnittänderungen nach einem Druckbauch weniger Änderungspotential für Zin am geschlossenen Ende, gerade Resonanzmodes zeigen aber bei Änderungen vor einem Druckbauch mehr Änderungspotential als ein geometrischer Mittelwert  $X_g$ . Bei Perturbation mit Zentrum 50% Rohrlänge sind diese Voraussetzungen erfüllt.

Es muß daher ein Korrekturwert angewendet werden. Formal kann nur  $-xh/2$  korrekt angewendet werden, damit sich bei kompletter Boresizeänderung exakt das Magnituden Potential  $1/\sqrt{q0^2}$  ergibt:

Bei 100% PL zentriert: kommt nur Formel odd in Frage und Korrekturwert  $-x_h/2$ ;

Enlargement:  $1 - [(X_g \cdot \sin(k \cdot PL)) - (1 \cdot X_h/2)] = 1/q_0$

odd 1-	$(k \cdot PL) -$	odd Korr.	Pot	Pot
$X_g \cdot \sin[(2\pi/WL) \cdot PL] -$	$korr X_h \cdot$	PL	$\cdot$	Pos (Center)
0,1909	1,0	0,200	1,0	
0,1909		0,200		$\cdot 0,5$
(Pos Pot 0,5 $\cdot 2 \cdot X_g$ )		0,100		
0,1909	-	0,100	$= 1 \cdot 0,5 \cdot X_h$	$= q_0 - 1$
1-		$= 0,0909$	$= 0,90909$	$= 1/q_0$

$X_h =$  Harmonisches Mittel aus  $X_e$  und  $X_g$ , bzw:  $((\sqrt{(q_0^2)-1}) \cdot 2 = 0,20$  bzw.  $(q_0 - 1) \cdot 2 = X_h/2 = q_0 - 1$   $X_h = (q_0 - 1) \cdot 2$

Auch bei Flächen bzw. Volumen Verdoppelung ist diese Formel für alle odd Modes richtig:  $q_0 = 1,4142$ ;  $q_0^2 = 2$ ;  $X_e = q_0^2 - 1 = 1$ ,  $X_g = X_e / q_0 = 0,7071$   $x_h = (q_0 - 1) \cdot 2 = 0,4142 \cdot 2 = 0,8284$

1-	$X_g \cdot \sin(k \cdot PL) = 0,7071$	$- PL_1 \cdot Pos 0,5 \cdot x_h = 0,4142$	$= 0,2929$
	$(0,5 \cdot 2 \cdot X_g \cdot \sin(k \cdot PL)) - (x_h/2)$	$= 0,7071$	$= 1 / q_0$

Bei Constrictions ist diese Formel nur mehr bei Mode #1 korrekt:

$q_0 = 0,7071$ ;  $q_0^2 = 0,5$ ;  $X_c = q_0^2 - 1 = -0,5$ ,  $X_g = X_c \cdot 0,5 / q_0 = -0,7071$   $x_h = (q_0 - 1) \cdot 2 = -0,2929 \cdot 2 = -0,5858$

1-	$X_g \cdot \sin(k \cdot PL) = -0,7071$	$- PL_1 \cdot Pos 0,5 \cdot x_h = -0,2929$	$= -0,4142$
	$\cdot 0,5 \cdot 2$	$= -0,7071$	$- 0,2929$
	$(x_g \cdot \sin(k \cdot PL)) - (0,5 \cdot x_h)$	$= 0,7071$	$= +1,4142 = q_0$

mit  $q_0 = 0,90909$  ergibt sich  $x_h = 0,181818...$

1-	$X_g$	$X_h / 2$	$= -0,1$	$= 1 - q_0$
	$-0,1909$	$(0,1818/2)$	$-0,1$	$= +1,1 = q_0$

Bei 10% Querschnittänderung sind die Differenzen zwischen  $X_g = 0,1909$  und  $X_{he} = 0,2$  bzw.  $X_{hc} = 0,1818$  vernachlässigbar gering, das Magn.Pot wäre dann mit  $X_g 0,905$  anstelle korrekt  $0,909$  also ein Fehler von max. 0,4%.

Man beachte bei zueinander invers proportionalen Querschnittänderungen  $= 1/q_0^2$ :

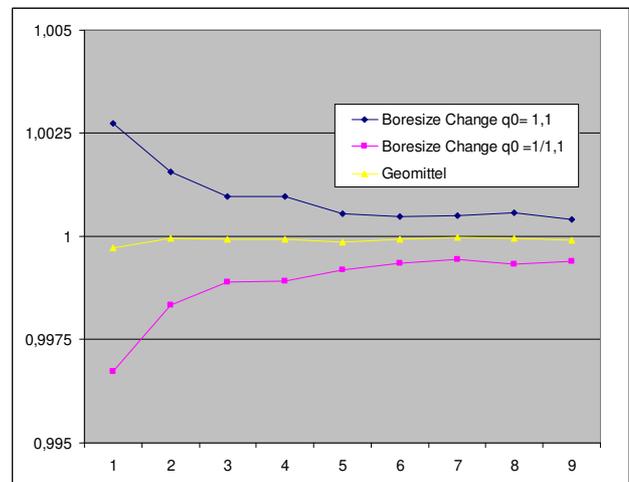
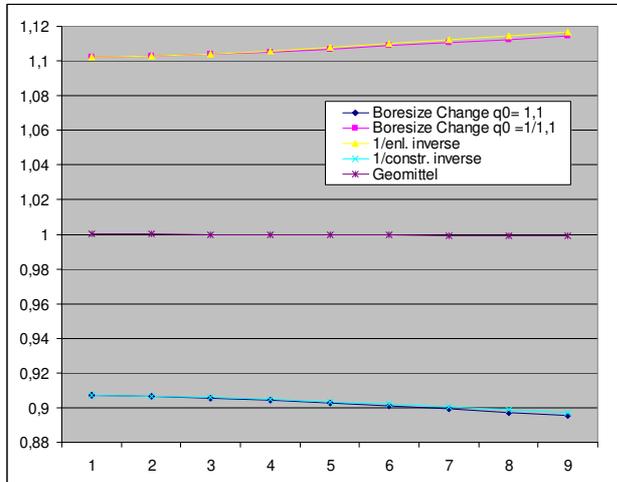
Geradzahlige Modes haben an aufsteigenden Druckbäuchen etwas mehr inverses Magn.-Pot., ungeradzahlige Modes haben an abfallenden Druckbäuchen weniger Magnituden-Pot., als der Geometrische Mittelwert  $X_g$ , **egal** ob Enlargement oder Constriction, Constrictions haben aber weniger Korrekturbedarf!

Sei  $x_{hc}/2$  formal und rechnerisch die richtige Korrekturgröße für Mode #1 bei Constrictions, so zeigt sich jedoch, daß hier höhere Modes rasch stark davon abweichen. Odd Modes pendeln sich um einen kleineren Korrekturwert ein, nahezu  $= X_c/2$ , even Modes haben noch weniger Korrekturbedarf und fallen auf notwendige Korrekturwerte  $\sim X_c/2 \cdot 1/q_0$  bei Mode 8.

Angemerkt sei daher, daß  $X_c/2$  ein „best fit“ darstellt, Even Modes mit Constriction = inverses Pot. down bei 50% Rohrlänge liefern die größten Restabweichungen, mit dem  $X_c$  Korrekturwert ist die Restabweichung am gleichmäßigsten auf tiefe und höhere Modes, sowie odd/even > Mode #1 verteilt.

**Boresize Change, Perturbationslänge = Rohrlänge:**

Die ART Simulation liefert dazu folgende Ergebnisse:  
 Closed-open Zylinder, Dia 10mm, Länge 1000mm, 23°C, Loss Faktor 1,0



x = Modes #1-#9 Magnitudenänderung Faktor,

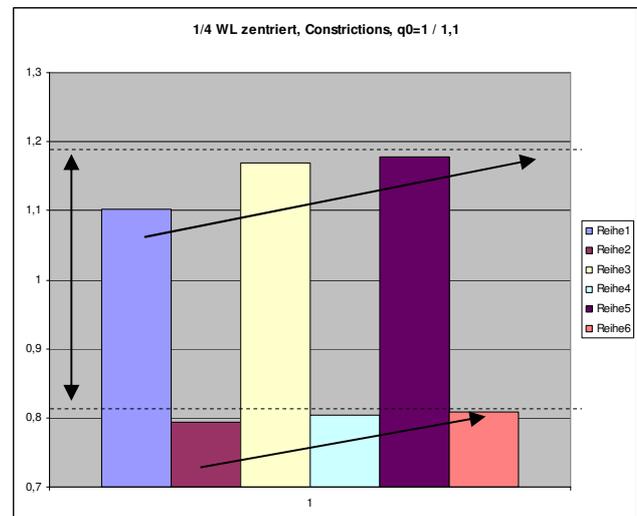
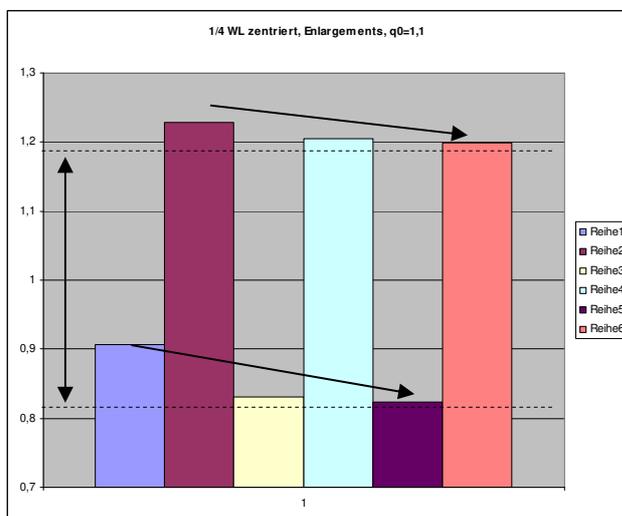
rechts: Frequenzänderung Faktoren

Boresize Änderung: Frequenzen sind nur gering geändert, Inharmonizität steigt mit Constriction. Bei vollständiger Boresize Änderung ist das Magnituden Potential Mode #1 =1/q0, aber höhere Modes zeigen ein Änderungspotential >1/q0. Es steigt bei Mode10 auf ~1,12 statt 1,10 bzw 0,89 statt 0,91.

**Zentrierte Perturbationen mit Perturbationslänge = ¼ WL**

Bei zentrierten ¼ WL Perturbationslänge trifft das nur auf odd Modes zu, Mode startet mit 1/q0 Pot, höhere odd Modes sind wesentlich näher an Xg-Pot., brauchen daher weniger Korrektur, aber die jeweilige ¼ WL Perturbation wird ja auch immer kleiner und so auch der Korrekturwert Xh/2.

Even Modes starten bei Enlargements invers, stärker und fallen Richtung XG-Pot: Beim letzten inversen Pot wird jeweils das Maximum erreicht, Mode 2 startet mit max. inv. Pot >q0²! Höhere even Modes haben bei Constrictions weniger Korrekturbedarf und wären mit dem Korrekturwert Xhc/2 überkorrigiert, daher wurde als best „fit“ Xc/2 als Korrekturwert gewählt.



x=Reihen = Mode #, y = Magnitudenänderung Faktor zu unperturbiert

Strichlierte Linien zeigen das Xg-Pot, hier  $1 \pm 0,1909 = 1,190909$  bzw.  $0,80909$  Reihe #=Mode #  
Xg ist das mittlere geometrische Änderungspotential anhand  $1-(1/q^2)$  und  $q^2 - 1$ .  
Man bemerkt, daß sich höhere Modes immer mehr diesem Mittelwert annähern,  
allerdings aus unterschiedlichen Richtungen:

Bei ungeraden Modes steigert sich das Änderungspotential down bei Enlargements,  
sowie invers up bei Constrictions. Odd Modes haben an abfallenden Druckbauchflanken  
weniger und nicht inverses Änderungspotential als der Xg-Mittelwert.

Bei geraden Modes reduziert sich hingegen das inverse Über-Potential up bei  
Enlargements, sowie invers down bei Constrictions in Richtung  $1+Xg$  bzw.  $1-Xg$ .  
Perturbationen an aufsteigenden Druckbauchflanken haben jeweils inverses und somit  
mehr Änderungspotential als der Xg-Mittelwert.

## Zusammenfassung closed-open Zylinder Boresize & Perturbationen bisher:

### Rohrlänge und Resonanzfrequenzen:

Resonanzfrequenzen closed-open Zyl. bei  $\sim$ :  $(2n-1) \cdot \text{Schallgeschw.} / 4 \cdot \text{eq. Rohrlänge in m}$

Resonanzfrequenzen open-open Zyl. bei  $\sim$ :  $n \cdot \text{Schallgeschw.} / 2 \cdot \text{eq. Rohrlänge in m}$

(mit  $n=1,2,3,4..$ ; Plane Wave, keine viskothermalen Verluste + Radiation Loss berücksichtigt, etc.)

Zin Peak Frequenzen halbieren sich bei doppelter Rohrlänge, =  $1/2 = 0,5$  \* f in Hz  
 Zin Peak Magnituden steigern sich dabei um  $1/\sqrt{1/2}$  =  $\sqrt{2},0 = 1,4142$  \* Ohm

Zin Peak Frequenzen verdoppeln sich bei halber Rohrlänge, =  $1/0,5 = 2,0$  \* f in Hz  
 Zin Peak Magnituden reduzieren sich dabei um  $1/\sqrt{1/0,5}$  =  $\sqrt{1/2} = 0,7071$  \* Ohm

### Boresize / Input Impedanz:

Kennimpedanz: Dichte \* Schallgeschwindigkeit =  $cf$ , charakteristische Frequenz in Hz

Kennimpedanz / Querschnittfläche Zylinder ( $\pi \cdot r^2$ ) =  $Z_c$ , charakteristische Flußimpedanz in Ohm

ergibt querschnittabhängig eine max. Impedanz Magnitude Zin bei  $cf$ , auf 1m Rohrlänge normiert:

=  $[1 / (1 \cdot \text{Dia in m})^2 / \sqrt{Z_c \text{ in MOhm}}] / 100$  in MegaOhm (Flussimpedanz bei max. Reflektion)

Somit können Hüllkurvenwerte der Impedanzmaxima für jede beliebige Frequenz  $Z(f)$  berechnet werden (Peak Hz siehe oben), Input Impedanz Peak Maxima-Hüllkurvenwerte =  $Z_{\text{max}}(f)$  in Mohm:

$Z_{\text{max}}(f) = [1/\sqrt{\text{Frequenz } f \cdot \text{Rohrlänge in m} / cf}] \cdot [Z_{\text{in max bei } cf \text{ und } 1m}] \cdot [1/\sqrt{\text{Rohrlänge in m}}]$

### Global abgeänderte Boresize / Input Impedanz:

Wird der gesamte Querschnitt abgeändert, entsprechen die abgeänderten  $Z_{\text{max}}(f)$  Werte  $1/q_0$

d.h. sind **invers proportional** zum Faktor einer Querschnittveränderung (Durchmesser, Radius)

$q_0$  = Faktor aus Dia geändert / Dia Vergleich, Dia Vergleich ist dann Faktor  $1,0 = \text{Geom. Mittel}$

*Beispiel: Ein Rohr selber Länge mit größerem Durchmesser, z.b. +10% entspricht Faktor  $q_0=1,1$  Zin Max Magnituden sind bei  $\sim$  selber Frequenz  $1/1,1=0,9090$  \* geringer als beim Rohr mit  $q_0=1,0$ . Die invers prop. Durchmesseränderung als Einengung ist -9,09%, Magnituden sind  $1,1$  \* stärker.*

Zueinander invers proportionale Querschnittänderungen ergeben selbes (bzw.) vergleichbares Magnitudenpotential, eine vergleichbare Einengung entspricht somit immer einer geringeren Flächenreduktion (oder einem größerem Flächenzuwachs bei Aufweitung).

Einer Magnitudenänderung down =  $1/q_0$  durch Querschnittaufweitung  $q_0$  entspricht eine „inverse“ Aufweitung = positive Einengung Magnitude  $1/(1/q_0) = \text{Magnitude} \cdot q_0 = \text{Änderung up}$ .

Querschnittaufweitung, zb. Durchmesser  $q_0e = 1,1$  \* +10,0% Durchmesseränderung =  $*1,1$   
 gibt invers dazu das Magnitudenpotential  $1/q_0e = 0,909$  \* -9,09% Magnitudenänderung =  $/1,1$   
 (nicht  $*0,9!$ )

Eine invers prop. passende Einengung ist  $1/q_0e = 1/1,1 = 0,909$  \* = -9,09% Durchmesser =  $/1,1$   
 gibt invers dazu das Magnitudenpotential  $1/0,909 = q_0e = 1,1$  \* +10,0% Magnitudenänd. =  $*1,1$

### Lokal abgeänderte Boresize – Perturbation Potential Pitch:

Invers proportionale (=geringere) Durchmesser Änderungen  $1/q_0$  bei Einengungen (Constrictions) gegenüber Erweiterungen  $q_0$  ergeben vergleichbares Änderungspot. bei Pitch und Magnituden: Das Pitch Änderungspotential ist abhängig von  $\sin(\text{Perturbationslängen Pot.}) \cdot \text{Querschnittpotential}$ : vergleichbares Pitch Querschnitt Potential = X mit Enlargements und Constrictions vertiefend, erhöhend um Faktor  $q_0^2$  geringer, Potential =  $X / q_0^2$ .

Pitch – Weighting Curve  $W(x) = \text{Positions-Potential } (x) \cdot \text{max. Änderungspotential}$   
 $= \cos [2 \cdot k \cdot (2n-1) \cdot x] \cdot \sin(\text{PL Pot.}) \cdot \text{Querschnittpotential}$   
 (-cos bei Enlargements, +cos bei Constrictions).

**Magnituden Zin Pot. up/dn:** Geometrisches Mittel  $X_g = X_e/q_0 = X_c \cdot q_0$ ; + *Korr. odd/even #*  
besser: +Korr. bei inversem Verhalten an aufsteigenden DB Flanken, - an fallenden DB Flanken.

*Beispiel: +10% Durchmesseränderung = Enlargement e,  $q_0 = 1,1$   $X_e = q_0^2 - 1 = 1,21 - 1 = X_e + 0,21$   
 $X_e 0,21/q_0 1,1 = X_g 0,190909$  +/- eine Korrektur anhand odd / even Peaks;  
*invers prop. Constr.  $c = 1/q_0 = 0,909$   $X_c = (1/q_0^2) - 1 = 0,8264 - 1 = -0,1735 \cdot q_0 = X_g = 0,190909$  (+/-19%)**

Das Input Impedanz Magnituden Potential ist abhängig von Rohrposition, Perturbationslänge, Querschnittänderung bei 50 % Rohrlänge:

Magnitudenpot.  $Z(x) = \text{Positions-Pot. (Center } x) 0,5 \cdot \sin(\text{Perturbationslängen-Pot.}) \cdot 2 \cdot \text{Querschnittpot. } X_g$   
*Wobei zusätzlich eine Korrektur odd / even Modes vorgenommen werden muß.*

$\Delta Z_{\text{in Magnitude}(x)} = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) \cdot (x) ]$  \* Ergebnis Magnitudenpotentialberechnung bei RL 0%.

### Vollständige Boresize Änderung Zylinder - Magnituden:

Betrachtet man eine vollständig geänderte Boresize als Perturbation über die gesamte Rohrlänge, so ist diese Perturbation bei 50 % Rohrlänge zentriert.

*(Beispielwerte mit closed-open Rohr Länge 1m, Querschnittänderungen  $q_0 = 1,1$ )*

Das Magnituden Potential wird bei geänderter Boresize und inv. prop. Querschnitt:  $1/q_0$  betragen:  
Boresize mit  $q_0 = 1,1$  = Enlargement = Magnitudenfaktor  $1/1,1 = 0,909$  \* Ausgangswert 1,0.  
Boresize mit  $q_0 = 0,909$  = Constr. = Magnitudenfaktor  $1/0,909 = 1,1$  \* Ausgangswert 1,0.  
*(hohe Modes werden allerdings stärker verändert, das wird hier vorerst ignoriert).*

### Zentrierte Perturbationen, $PL = \frac{1}{4} WL$ - Magnituden:

Wird die Perturbationslänge verkürzt, bleibt aber bei 50% Rohrlänge zentriert, so wird der Magnitudenfaktor  $1/q$ ? stark, aber systematisch variieren. Der endgültige Wert für das  $Z_{\text{in}}(x)$  Magnitudenpotential und vor allem das Vorzeichen - also ob sich die Magnitude erhöht oder vermindert - wird in einem abschließenden Schritt ermittelt, Magnituden Pot up/down, d.h. + oder - und Wert = Pot. Faktor anhand:

$\Delta Z_{\text{in Magnitude}(x)} = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) \cdot (x) ]$  \* Ergebnis Magnitudenpotentialberechnung

*Hinweis: Magnituden-Nodes tiefer Modes und innerhalb der letzten  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge stimmen mit dieser Formel nicht exakt!*

Mit dem Perturbationszentrum bei  $x = 50\%$  Rohrlänge ergibt der Sinus des Winkels fix entweder +1,0 bei odd Modes oder -1,0 bei even Modes, also die max. Änderungsrichtung up/down:

odd Modes bei  $x = 50\%$  RL Sin = +1 nach Druckbauch, fallend Z: Constr. raises, Enl. lowers  
even Modes bei  $x = 50\%$  RL Sin = -1 vor Druckbauch, aufsteigend Z: Constr. lowers, Enl. raises

wo +1 odd Mode #, ergibt ein Enl. geringere Magn. -> (durch PL und Querschnitt Pot.)  
wo -1 even Mode #, ergibt ein Enl. höhere Magn. -> (inverser Fall, aufsteigende DB-Flanken)

Odd Mode # ergeben in Summe immer: 1x pot. Bauch mit sin +1 mehr als sin- = lowers Magn.  
Even Mode # 1x pot. Bauch mit sin -1 mehr als sin+ = raises Magn.

Das Magn. Pot. zentrierter Pert. ist ~ rund  $1/q_0^2$ . Die Abweichungen werden im nächsten Abschnitt untersucht. Diese Werte stimmen jedoch annähernd nur, wenn die Perturbationslänge  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge entspricht.

Möglicherweise ist eine Diskrepanz bereits aufgefallen:

Ist die Perturbationslänge gleich der Rohrlänge = Längenfaktor PL zu RL = 1,0 dann ist das Magnitudenpotential nicht  $1/q_0^2$  (bei zentr. Perturb. Länge =  $\frac{1}{4} WL$ ), sondern  $\sqrt{1/q_0^2} = 1/q_0$ , und diese Reduktion ist bei allen Modes so gegeben, allerdings verändern höhere Modes sich stärker, siehe Sideletter #2 und Boresize.

### Abweichende Perturbationslängen, aber weiterhin fix zentrierte Perturbation:

Wird die Perturbationslänge **kleiner als**  $1/4$  Wellenlänge, so sinkt das Magnituden Potential, ändert aber nicht mehr seine Richtung  $+/-$ . Odd Modes, wo eine  $1/4$  Wellenlänge  $> =$  als die Rohrlänge ist d.h. nur Mode #1 kommt hier in Frage, sollten durch eine zentrierte Rohrerweiterung eine geringere Magnitude aufweisen, egal wie lang diese Perturbation (max. Rohrlänge) tatsächlich ist.

*Letzte  $1/4$  Wellenlänge am offenen Rohrende, bzw. = Mode #1 bei Quaterlenght Resonator:*

*Es zeigt sich, daß hier ein Magnitudenpotential  $> 1/q_0$  auftritt!*

*Ein Potential  $= 1/q_0$  wird bereits mit  $q_0^2=2$  bei 0,577 PL, mit  $q_0^2=0,5$  bei 0,66 PL erreicht.*

*Pot  $> q_0$  bei 75% PL mit  $q^2=2,0$  - 83% PL mit  $q^2=0,5$  mit  $X_e < 0,2$  ~21% vor dem offenen Rohrende. Mit größerer PL fällt das Pot. dann auf  $= 1/q_0$  bei max. Perturbationslänge  $1/4$  WL = Rohrlänge.*

*Invers zeigen sich gleichartige Artefakte (sehr kurz) nach dem letzten Druckbauch. Alle Resonanz-modes weisen diese Artefakte in ihrer „finalen“ letzten  $1/4$  WL im Rohr auf, siehe dazu auch Teil 2C, Ich lasse daher diese abweichende „letzte“  $1/4$  Wellenlänge vorerst aus der Betrachtung heraus.*

Bestimmte systematische Perturbationslängen  $> 1/4$  WL ergeben Sinuswerte von  $+1, 0, -1$ :  
Immer wenn sich die Perturbationslänge von  $1/4$ WL =  $90^\circ = 1\pi/2$  um weitere  $+2 \cdot 1/4$  WL =  $+(2 \cdot 90)^\circ$  erhöht =  $270^\circ$  bzw.  $1\pi/2 + 2\pi/2 = 3\pi/2 =$  Phasendrehung  $+180^\circ$ , **aber** invers prop. Potential!

Mit vorerst fixiertem Perturbationszentrum  $x = 50\%$  Rohrlänge:

$2\pi = 6,28..$  \* Wellenlänge in m = Kreiswellenzahl  $k$  aus (Perturbationslänge/Wellenlänge) in m = eine Steigung, der Sinuswert des Winkels daraus = Potentialbetrag +Richtung = ein Vektor:

$+1,0$  wenn Perturbationslänge/Wellenlänge =  $1/4 = 0,25$  sowie alle Faktoren mit plus  $4/4$  mehr:  
 $0,25 = 1/4$ WL                       $1,25 = 5/4$ WL                       $2,25 = 9/4$ WL                      usw.  
 $-1,0$  wenn Perturbationslänge/Wellenlänge =  $3/4 = 0,75$  sowie alle Faktoren mit plus  $4/4$  mehr:  
 $0,75 = 3/4$  WL                       $1,75 = 5/4$  WL                       $2,75..$

Ob die Zin Magnitude durch eine fix zentrierte Rohrerweiterung nun fällt oder steigt wird durch die Druckzustände am Beginn und Ende der Perturbation und dadurch in ihrem Zentrum bestimmt:

Resonanz-Modes,	Perturbation <i>beginnt an</i>	<u>Zentrum 50% RL</u>	<i>endet an</i>	Zin Magn.:
PL= $1/4$ WL, sowie $1/4$ + ganze WL	( $+90$ Grad bzw. $1\pi/2 = 1,57..$ rad):			(bei Enlargements)
odd Modes #: Sin $+1$ wenn	Druckbauch	nach DB, vor DK	Druckknoten	nimmt ab $^{*-}$
even Modes #: Sin $+1$	Druckknoten	vor DB, nach DK	Druckbauch	nimmt zu $^{*+}$
PL= $3/4$ WL, sowie $3/4$ + ganze WL	( $-90$ Grad, $+270$ Grad, bzw. $3\pi/2 = 4,71..$ rad):			
odd Modes #: Sin $-1$	Druckknoten	vor DB, nach DK	Druckbauch	nimmt zu $^{*+}$
even Modes #: Sin $-1$	Druckbauch	nach DB, vor DK	Druckknoten	nimmt ab $^{*-}$

Es ergibt sich ein „mittleres“ Potential up/dn bei odd Modes vor DB, even Modes nach DB, wobei: odd Modes nach DB schwächeres Pot. dn, even Modes vor DB stärkeres Pot. up als „Mittelwert“, sofern Flächenänderungen inv. proportional sind (kleinere Querschnittsdifferenz bei Constrictions).

Antiresonanzen bzw. „shared“ Minima bei PL =  $1/2$ WL =  $1\pi$  + Vielfache davon, Sinus  $\sim 0$

Bei Perturbationslängen nahe ungeradzahlig Vielfacher von  $\frac{1}{4}$  WL=1,5,9,13x sowie 3,7,11x, usw. blau steht für +90 Grad, rot steht für -90 Grad Winkel, ergibt sich mit Enlargements =  $q_0 > 1,0$ :

odd Modes #1,3,5,7 bei 1, 5, 9, 13 \* $\frac{1}{4}$ WL: Sin=+1 Zin Magn. lowered, Pot.  $<(1/q_0^2)$ , nimmt ab\*-\*  
bei 3, 7, 11, 15 \* $\frac{1}{4}$ WL: Sin= -1 Zin Magn. raised Pot.  $q_0^2$ , nimmt zu\*+\*

even Modes #2,4,6,8 bei 3, 7, 11, 15 \* $\frac{1}{4}$ WL: Sin= -1 Zin Magn. lowered, Pot.  $(1/q_0^2)$ , nimmt ab\*-\*  
bei 1, 5, 9, 13 \* $\frac{1}{4}$ WL: Sin=+1 Zin Magn. raised Pot.  $>q_0^2$ , nimmt zu\*+\*

Zeile 1+4: 1x  $\frac{1}{4}$  WL: betrifft alle Perturbationen  $<\frac{1}{4}$  WL mit zentrierter Perturbation bei 50% RL  
Zeile 2+3: Spielen vor allem dann eine Rolle, wenn Perturbationen nicht mehr zentriert liegen.

**Stop!** – Obige Aussagen müssen relativiert werden, denn es fehlt hier die bereits erwähnte notwendige Korrektur odd und even Modes anhand Perturbationslänge.

Pot  $<(1/q_0^2)$  und (nimmt ab)\*-\*:

Magnitudenpotential down (mit Enlargements) ist schon bei PL =  $\frac{1}{4}$  WL etwas geringer und nimmt mit jeder zusätzlichen ganzen Wellenlänge ab, bei 100%=Rohrlänge ist die max. Abnahme  $*1/q_0$ .

Inverses Pot.  $>q_0^2$  und (nimmt zu)\*+\*:

Das Magnitudenpotential up (mit Enlargements) ist schon bei PL =  $\frac{1}{4}$  WL etwas stärker und nimmt mit jeder zusätzlichen ganzen Wellenlänge zu, -> es ergibt sich ein ~ Wechselspiel bei  $\frac{1}{2}$  WL +/-

Ist die Perturbationslänge=Rohrlänge, (Pot. nimmt ab)\*-\* Pot. =  $1/\sqrt{q_0^2}$  bzw. invers  $\sqrt{q_0^2} = q_0!$

Die Effekte von zentrierten Perturbationen mit Längen bis zu  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge auf die Input Impedanzmagnitude sind noch relativ einfach zu überblicken.

Bei Pitchpot ist das maximale Pot bei PL= $\frac{1}{4}$  Wellenlänge und eine doppelt so lange Perturbation cancelt das Potential aus.

Zentrierte Perturbationen bei 50% Rohrlänge haben allerdings kein Pitchpot, egal wie lange die Perturbationslänge ist, denn bei 50% ist ein Pitchnode (bei starken Pert. aber Pitchversatz dn)!  
Max. Pitchpot ist nur +/-  $\frac{1}{8}$  WL versetzt möglich.

Bei Magnitudenänderungen durch Perturbationen ist das nicht der Fall.

Mode #2 cancelt nach inv. Pot. erst bei einer PL von 2,25 \*  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge.

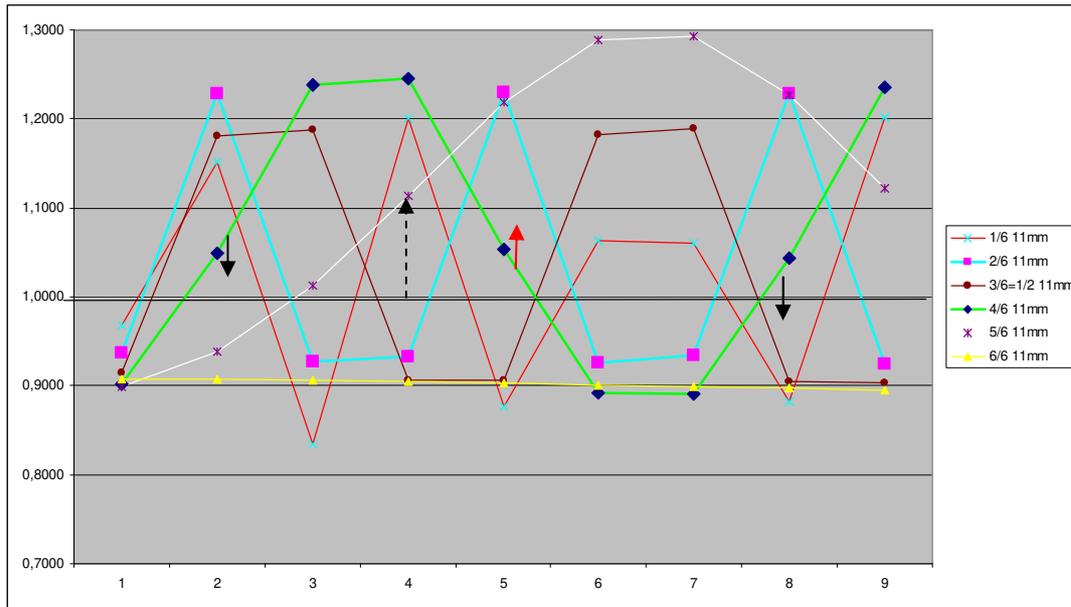
Mode #3 cancelt schon bei PL von 1,9 \* „-“ und 2.x nach inv. Pot. erst bei 4,3)

Ebenso wird ja das max. Magn. Pot nicht exakt bei PL =  $\frac{1}{4}$  WL getroffen, sondern etwas versetzt.

Zentrierte Perturbationen mit unterschiedlicher Länge ( $q_0^2=1,21$  = Querschnittserweiterungen)  
Closed-open Zylinder, Rohrlänge=1,0m und Diameter = 10mm, Loss Faktor 1,1 ART. Sim.

Perturbationslängen	1/6 RL =	0,166 m	von – bis Pos:	0,416 - 0,583 m
	2/6 = 1/3 RL =	0,333 m		0,333 - 0,666 m
	3/6 = 1/2 RL =	0,500 m		0,250 - 0,750 m
	4/6 = 2/3 RL =	0,666 m		0,166 - 0,833 m
	5/6 RL =	0,833 m		0,083 - 0,917 m
	6/6 RL= 1RL =	1,000 m	vollständige Boresize Änderung von 10 auf 11 mm.	

~ $\frac{1}{4}$ Wellenlänge der Modes =	#1	1,000 m				
	#2	0,333 m	#5	0,111 m	#8	0,0666 m
	#3	0,200 m	#6	0,091 m	#9	0,0588 m
	#4	0,142 m	#7	0,077 m		



Ergebnis Magnituden; x=Resonanzmode #, y=Faktor Änderung Magnitude Zin; Pfeile PL > 4/6RL

schwarz: Ohne Perturbation wären alle Magnituden unverändert, y = 1,0

gelb: Bei vollständiger Perturbation (hier Rohrerweiterung) sind alle Magnituden > Mode #1 < 1/√q0² = etwas stärker abgeändert;

Perturbationslänge PL = Rohrlänge RL; bzw. PL gleich Anteil WL die in das Rohr „passen“;

odd#	Mode 1: 1/4 = 0,25		even#	Mode 2: 3/4 = 0,75	1+1+1
	Mode 3: 5/4 = 1,25	1+3+1		Mode 4: 7/4 = 1,75	1+5+1; 3+1+3
	Mode 5: 9/4 = 2,25	3+3+3; 1+7+1		Mode 6: 11/4 = 2,75	1+9+1; 3+5+3; 5+1+5
	Mode 7: 13/4 = 3,25	3+7+3; 5+3+5		Mode 8: 15/4 = 3,75	5+5+5; 3+9+3; 7+1+7
	Mode 9: 17/4 = 4,25	3+11+3; 7+3+7		Mode 10: 19/4 = 4,75	9+1+9; 7+5+7; 3+13+3
	Mode 11: 21/4 = 5,25	7+7+7; 5+11+5; 3+15+3			odd 3;7;11;15 even 1;5;9;13 Pot= q0²

Wenn unperturbierter Bereich davor (und danach) ist je 1/4 WL, 5/4 WL even; 3/4 WL 7/4 WL odd unpert+pert+unpert: Mode 2: 1+1+1 Mode 5: 3+3+3 Mode 8: 5+5+5 Mode 11: 7+7+7 dann max. inverses Pot = Querschnittflächen-Potential >= q0 ^2 = Zin steigt inv auf >q0²

- Mode 2 mit PL 2/6 - meaning >1 DB bis DK kann sich „bewegen“/bewegt werden! 1 DB von 2, 1 absteigende Flanke vor Perturbation, 1/4 WL perturbiert, 1/4 WL am Ende nicht perturbiert.
- Mode 5 mit PL 2/6 ~3x 1/4 WL, 2DB +1DK; Pot² aber gemeinsam, 2 abst. Flanken, 1 aufst.
- Mode 8 mit PL 2/6 ~5x 1/4 WL, 3DB +2DK; Pot² aber gemeinsam, 3 absteig. Flanken, 2 aufst.

Mit PL=0,333 hat Mode #2 1\*1/4 WL; #5 hat 3\*1/4 WL; #8 hat 5\*1/4 WL perturbiert; Z >\*q0²

Verhältnis pert. Länge zu unpert. Länge = 1:2      5 von 15 \*1/4WL TL perturbiert, invers = 2:1, q0\*q0 /1 Z= q0²

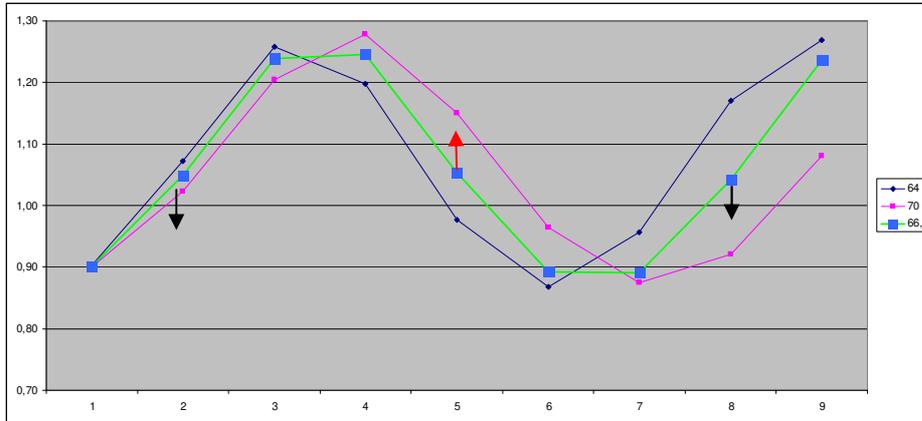
Eine dreifache PL = 1,0m = Rohrlänge liefert √ 1/q0². =1 / (q0 \* q0 / q0) Z = 1 /q0. Verhältnis pert. Länge zu unpert. Länge = 3:0 invers = 0:3

Doppelte PL =0,666 2 \*1/4 WL v. 3TL 6\*1/4 WL v. 9TL 10\*1/4 WL v. 15TL Z ~ q0²\*1/q0² =1,0 Verhältnis pert. Länge zu unpert. Länge = 2 :1 invers= 1:2, 1/ q0\*q0

Mode#2 und 8 sind noch auf der inversen Seite, und zwar bei ~ +1,048 was ~ √ q0 entspricht, (das ist auch das geometrische Mittel aus q0² und 1/q0).

Es ist also zu beiden Seiten des Zentrums nicht das gleich starke Änderungspotential vorhanden! Effekte an den auf- und absteigenden Druckbauchflanken zeigen ja bereits diese Unterschiede.

Ein Canceling = Faktor 1,0 bedeutet keine geänderte Magnitude Zin, die Perturbation müsste also um einen Anteil von rund 1,048 = 5 Prozent länger sein; anstelle 0,666m -> 0,70 m und ? stimmt nicht:



0,64 und 0,70 Perturbationslänge gegenüber 0,666 = 4/6 RL, zeigt die Veränderungsrichtungen. PL für Mode 2 und 8 (even) müssten länger sein; Mode 2 ev. ca doppelt mehr, Änderung PL für Mode 8 müsste aber wesentlich geringer sein ..  
**Mode 5 (odd)** geht hier in Richtung inverses Pot, die Perturbation müsste daher kürzer sein!

Mit Näherung ( $X_e/q_0=X_g$ )  $q$ -Pot. =  $X_g \cdot \sin(k \cdot PL)$  +/- eine Pot. Korrektur odd/even Modes;

bei even Modes (Sin+)  $1 + [ (X_g \text{ hier } +0,190909) + ( \text{PL Anteil zu RL} \cdot X_h / 2 ) ] = \text{Pot. Enl.}$

bei odd Modes (Sin-)  $1 - [ (X_g \text{ hier } -0,190909) - ( \text{PL Anteil zu RL} \cdot X_h / 2 ) ] = \text{Pot. Enl.}$

$1^* \quad 0,2 / 2 = q_0 - 1.$

Im grünen Korrektur-Term steckt die notwendige Korrektur für Center bei 50% Rohrlänge.

Mode 2 = mit 0,33 PL =  $q_0^2$  =  $q_0^2$  invers.  
 mit 0,66 PL =  $q_0^{0,5}$  = Wurzel( $q_0$ ) = Geomittel max inv und  $1/q_0$   
**und mit 0,75 PL =  $q_0^0=1$  = Canceling bei  $2,25 \cdot \frac{1}{4} \text{ WL}$ .**  
 mit 1,00 PL =  $q_0^{-1}$  = Wurzel( $1/q_0^2$ ) =  $1/q_0$ .

(mit Mode 2 und  $q_0^2=2$  wäre die zentrierte Pert. mit Canceling =Pot 0 mit ~ **0,765 PL** erreicht)

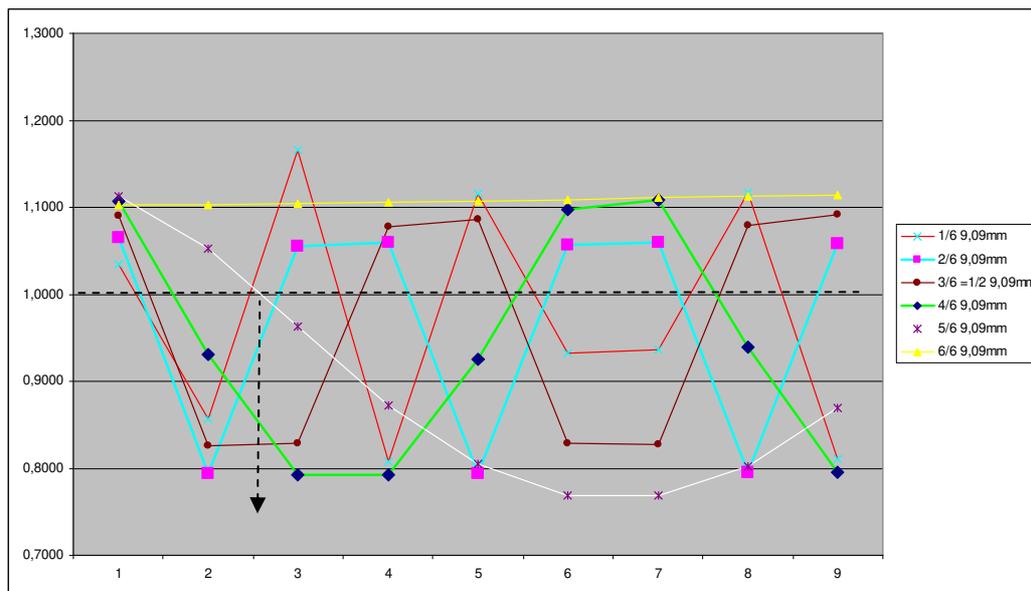
eine halbe PL = 0,1666	Mode #2 1 * 1/8 WL	Mode #5 3 * 1/8WL	Mode #8 5 * 1/8 WL
=	0,5 * 1/4WL	1,5 * 1/4WL	2,5 * 1/4 WL
=	0,5 * 0,333	1,5 * 0,111	2,5 * 0,066

muss gegenüber einer ganzen 1/4 WL u. odd mult. # mit  $q_0^2$  oder  $1/q_0^2$  Pot. muss eine geringere Magnitudenänderung ergeben. Denken wir die Perturbationslänge wird im Verlauf nun größer:

Mode #2 (even) startet up. ergibt 1,152 Magnitudenanstieg, und erreicht  $q_0^2$  bei PL=  $1 \cdot 1/4 \text{ WL}$ . das Potential Sinus ( $k \cdot PL$ ) ergibt hier bei Länge 0,5 den Wert 0,7071; wir errechnen: 1,151

Mode #5 (odd): **startet dn**; hat nun  $1,5 \cdot$  einer 1/4 WL perturbiert, das bedeutet, bei PL=  $1 \cdot 1/4 \text{ WL}$  war Mode #5 bei  $1/q_0^2 \sim 0,82$  und läuft also bis zu einer PL von  $3 \cdot 1/4 \text{ WL}$  in entgegengesetzter Richtung (Magn. Z up), bei PL <  $2/4 \text{ WL}$  passiert er einen Magnitudennode = 1,0 ist also noch unter 1,0. Sin ( $k \cdot PL$ ) ergibt 0,7071 Potential, die Näherungsrechnung ergibt 0,88 Magn. Potential.

Mode #8 (even) startet up, PL= $1/4 \text{ WL} = q_0^2$ ; dann down PL >  $2 \cdot 1/4 \text{ WL} = \sim 1$ , bei PL =  $3 \cdot 1/4 \text{ WL}$  wird er bei  $1/q_0^2 \sim 0,82$  sein, und bei PL= $2,5$  ist er laut Näherungsrechnung bei 0,881.



Einengungen sind „invers proportionale“ Erweiterungen der Querschnittfläche und müssen als solche behandelt werden.

Warum bei Einengungen alles in Richtung  $1/q^2$  zu verlaufen scheint und bei Erweiterungen in Richtung  $q^2$ , also invers, liegt am (unabsichtlich?) gewählten Divisor, eine andere Aufschlüsselung würde andere Grafiken hervorbringen, inverses Potential ist allerdings stärker.

Die Kurve 5/6 Perturbationslänge zu Rohrlänge sollte allerdings in beiden Fällen mächtig beindrucken (Querschnittserweiterung betrachtet):

Wir haben hier Pos.	0,0	-	8,33 cm	Dia 1,0 cm	01/12 Rohrlänge
	<b>8,34 cm</b>	-	<b>91,66 cm</b>	<b>Dia 1,1 cm</b>	<b>10/12 --,-</b>
	91,67 cm	-	100 cm	Dia 1,0 cm	01/12 --,-

Das wäre das selbe wie ein alternatives 11mm Rohr, dass an beiden Seiten jeweils auf 10mm reduziert wird. Ein 11mm Rohr liegt bei Z – Basisreferenz bei  $q_1 = 1/q_0 =$  hier 0,90909

Es gibt wie man sieht Perturbationslängen (Verhältnisse), die das reguläre Pot  $q^2$  überschreiten. **Wo und unter welchen Umständen treten diese Effekte auf? Wo ist das Maximum?**

1/4WL die sich bei Perturbationslängen nicht ohne Rest durch 3 oder 5 oder 7 teilen lassen:

- Mode 9 mit PL 4/6: 4,25 ganze WL passen in das Rohr, perturbiert sind ~2,8 WL, 2DB +1DK; Pot<sup>2</sup> aber gemeinsam, 2 absteig. Flanken
- ~ Mode 6 mit PL 5/6 und Mode 7 mit PL 5/6 ... nicht das Maximum

Es scheint das mögliche Maximum liegt bei  $1/q^3$ , sowie invers dazu  $q^3$ , hier =1,331 und die gesamte mögliche Spannbreite Zin Magnitudenpotential somit bei  $q^4$ .

Das Problem ist, dass alle Modes (bei tiefen Modes feststellbar) das offene Rohrende nicht mit einem Magnituden-Node beenden, sondern ein Phasenwechsel stattfindet, dieser aber nicht auf die letzte 1/4 WL beschränkt ist, sondern sich durch das ganze Rohr vollzieht, jedoch mit abnehmender Intensität, desto mehr 1/4 Wellenlängen in das closed-open Rohr passen.

**Die letzte ¼ WL im closed-open Zylinder, lokale Perturbationen:**

Mögliche Frequenzänderungen sind generell immer wesentlich kleiner als Magnitudenänderungen. Frequenzfaktoren sind normalerweise auch so gering, daß die Wurzel daraus gegenüber dem Magnituden-Potential zwischen Druck- und Flussbäuchen verschwindend klein wird.

Auf der letzten (bei Mode #1 einzigen) ¼ WL stimmen diese wesentlichen Voraussetzungen nicht mehr. Das Magnitudenpotential nimmt über die Rohrlänge stetig ab und Mode #1 hat nur ¼ WL im Rohr.

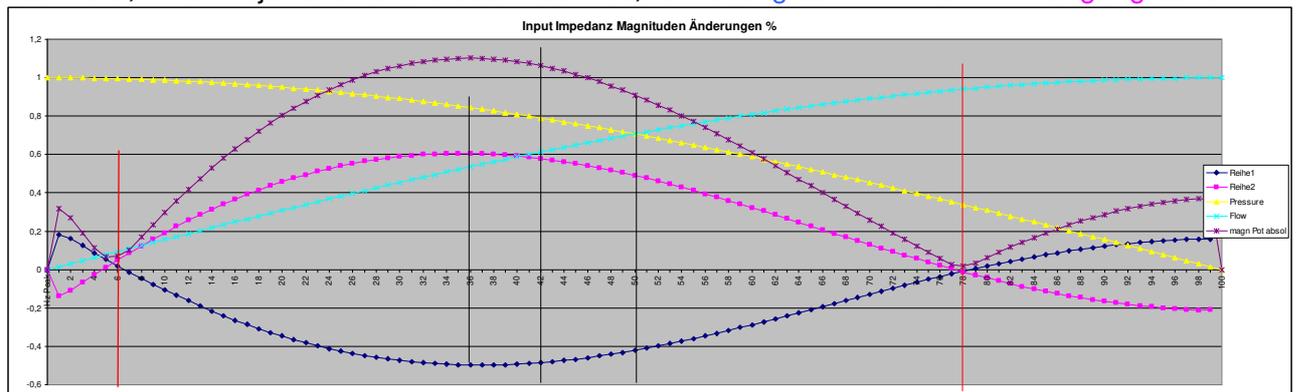
Mode #1 hat ein max. Magnitudenpotential von **nur -0,5%** mit Std. Perturbation Enlargement bei 35% RL, die maximale Frequenzänderung beträgt dabei +6.5 Cent  $\rightarrow$  = Frequenzfaktor = 0,19% am Rohrende  $1/\sqrt{1,0019} = 0,9990 \approx \sim 0,1 \%$

Die max. globale Frequenzänderung als Faktor beträgt bereits  $\sim 1/5$  der max. Input Magnitudenänderung, das ist offenbar nicht mehr genug „wesentlich“ kleiner.

Wäre es nicht die „letzte“ ¼ WL Strecke, so sollte die Magnitude **nur fallen**, aber überhaupt nicht steigen! Sie steigt aber (=invers): um ca. 1/5 des Potentials, es bildet sich dabei ein Magnitude-Node bei  $\sim 78\%$  RL, sowie ein Node bei ca. 5% RL. Was bei Mode #1 am Rohrbeginn und Rohrende abläuft wiederholt sich bei Mode #2 auf seiner letzten 1/4WL im Rohr, usw. Diese Angaben sind für  $q_0=1,1$ ,  $1/q_0=0,909$  und geringer!

Frühere 1/4WL Abschnitte sind genauso betroffen, nur sind hier die Unterschiede mit Ausnahme Mode #2 und #3 schon so klein, daß diese fast nicht mehr entdeckt werden bzw. ins Gewicht fallen scheinen, aber es bleibt die Tatsache, das ungerade gegen gerade Modes an an- und aufsteigenden Druckbäuchen unterschiedliches Magnitudenpotential besitzen.

Ergebnis ART-Simulation Mode #1, closed-open Zyl., Rohrlänge 1000mm, Durchmesser 10mm, Std. Pert., L 20mm jeweils zentriert bei Pos. x %, **Aufweitung auf 11mm** bzw. **Einengung auf 9mm**



blau = Enlargements,  $q_0e=1,1$   $q_0^2e=1,21$  rosa = Constrictions,  $q_0c=1,1111$   $q_0^2c=1,2345$  gelb: Druckverlauf  
 ↻ Pitch lower Pitch-Node Pitch higher ↻

**Mode #1**

Am geschlossenen Ende:	zentriert 50% RL:	am offenen Ende:
lokal Enlargement: Pitch max dn	Pitch Node	lokal Enl. Pitch max up
	very long PL Pitch dn. (auch bei Constr.!!)	
lokal Enl. up, dann Magn. Node	ist nach max dn	Magn. N, dann invers! steigt
global Enl.	Magn. dn	
global Enl.	Pitch very slightly up	

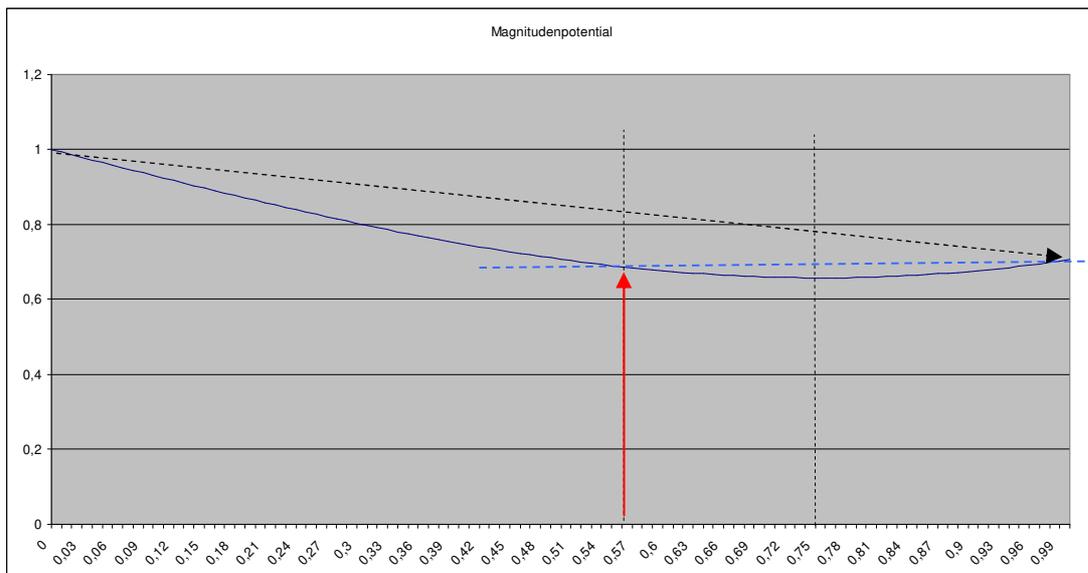
Die char. Frequenz.  $cF$  bleibt die char.  $Zc$  fällt global, (alle x Pos, jede Frequ.).

Magn.Pot. TL = Querschnitt Pot. \* PL-Pot. \* Pos. Pot. = Hüllkurve \* Funktion  $\sin(2k) + \text{Korr.}$

Das max. mögliche Potential verschiebt sich von 1/8WL Abstand nach Druckbäuchen =0,5 auf höhere Modes: Max. Pot. bei 50% einer 1/4WL =  $0,5 \cdot \sqrt{1}$  oder  $0,5 \cdot 1/4WL = \text{arithm. Mittel}$   
 letzte ¼ WL: Max. Pot. bei 35% einer 1/4WL =  $0,5 \cdot \sqrt{1/2}$  oder  $0,5 \cdot 0,7071 = \text{geom. Mittel}/2 = 0,35$



Die letzte ¼ WL im closed-open Zylinder, zentrierte Perturbationen – Volumen:



Skizze

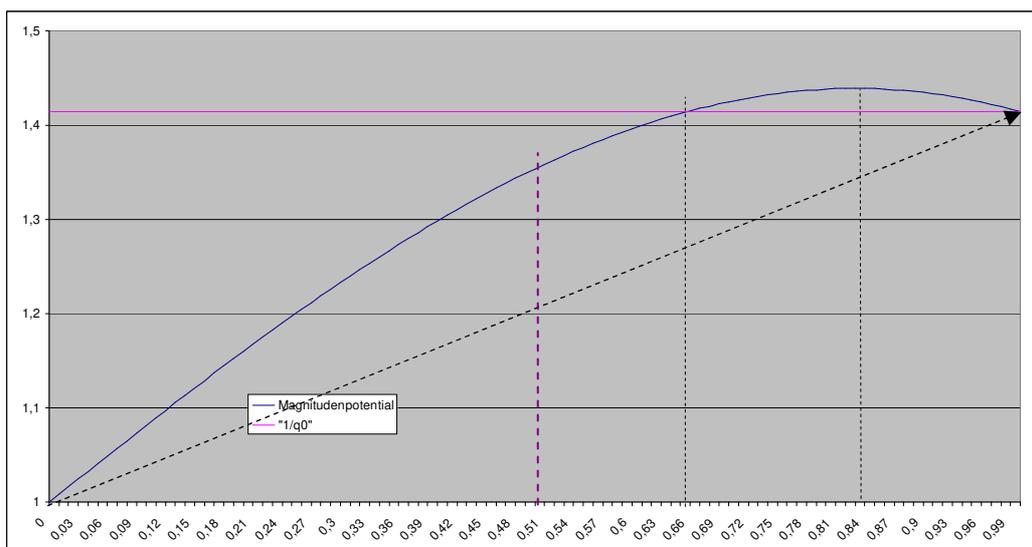
Für eine richtige Interpretation der Auswertung: Zylinder closed-open, Länge 1000mm, Durchmesser 10mm; Mode #1 hat eine Wellenlänge im unperturbierten Rohr, die ~4 \* Rohrlänge entspricht.

**x= Perturbationslänge von Aufweitungen**, jeweils bei 50% Rohrlänge zentriert, wobei in diesem Extrem-Beispiel die doppelte Querschnittfläche erreicht wird = Durchmesser Faktor  $q_0 = 1,4142$  und  $q_0^2$  ist 2,0.

1.: Bei einer Perturbationslänge PL 1,0 zu Rohrlänge RL 1,0 ändert sich der gesamte Durchmesser  $q_0$  auf 14,142mm. Das Magnituden-Potential  $Z_{in}$  ändert sich anhand  $=1/q_0=0,7071$  (Wurzel aus 1/2). **Vol TL=2,0**

2.: Würde hier aber nur **0,5773** der Rohrlänge zentriert perturbiert (von Pos. 21,1– 78,9 % Rohrlänge), wäre die Magnitude  $Z_{in}$  dennoch bereits gleich stark  $1/q_0$  abgeändert (reduziert). **Vol TL=1,5773**  
**0,5773 = Wurzel aus (1/3) = 1 / 1,732 (1/Wurzel aus 3)**

Bei einer Perturbation, die **75%** RL ausmacht (Position 12,5-87,5% Rohrlänge), ergibt sich hier die maximale Magnitudenänderung bei dieser starken Querschnittänderung. Das Änderungspotential ist in diesem Fall 1,07 mal stärker als  $1/q_0$ , = 7% **Volumen TL = 1,75** **1/ Vol TL = 0,5714**



Skizze

3.: Einengungen:

Nun entspricht die Änderung  $q_0=0,7071$  gleich Querschnittflächenhalberung.  $1/q_0=1,4142$ , **Vol TL = 0,5**  
 Bei 66,6 % PL zentriert von Position 13,33-83,33 % Rohrlänge ergibt sich  $1/q_0$ . **Vol TL = 0,66 (=1/1,5)**

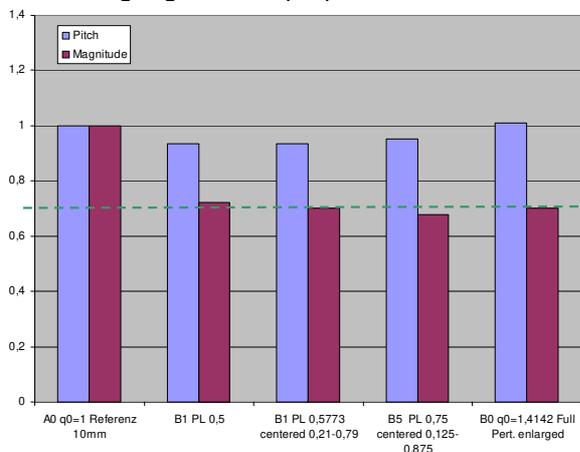
Bei **83,3 %** PL zentriert von Position 8,33-91,66 % Rohrlänge ergibt sich der max. Faktor, hier 1,467 \* geänderte  $Z_{in}$  Magnitude; ein Faktor nur **1,033** stärker als  $1/q_0$ , **Vol TL = 0,5714 (=1/1,75)**

In beiden Fällen bleibt das Perturbationszentrum bei 50% Rohrlänge fixiert, Perturbationen kleiner 1/4 WL hätten (wären Sie nicht im letzten 1/4 WL Stück) hier das 1/2 Magnitudenpotential gegenüber einem imaginären Hüllkurvenpotential 1,0 am geschlossenen Ende und das wäre 1/q0<sup>2</sup>, ergäbe 1/q0<sup>2</sup>\*0,5.

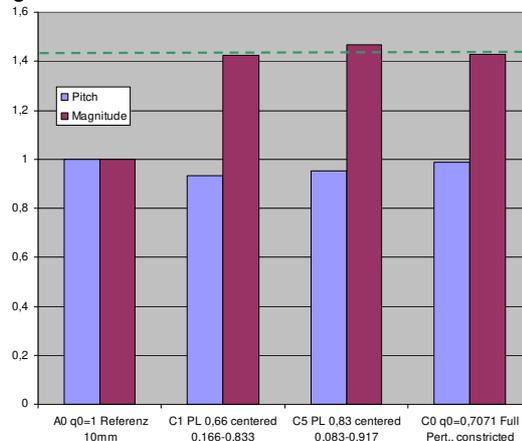
Bei vollständiger Boresizeänderung ist das Vol. invers prop. zum Querschnitt geändert. Wert 1\*2 oder 1/2. Ein Magnitude Pot = 1/q0 entsteht bei jener Perturbationslänge, wo das **Gesamt Volumen 1,50 mal kleiner ist, sofern der Flächenänderungsfaktor q0<sup>2</sup> den Wert 0,5 beträgt**. Jetzt könnte man annehmen, daß bei einem 1,5 fach höheren Volumen und q0<sup>2</sup>= 2,0 ebenfalls dieses Potential erreicht wird. Es wäre dann invers und recht einfach, die Länge für diese Volumenänderung wäre 0,5. Leider spielt die Natur hier nicht mit.

Bei Aufweitungen bildet sich ein Magnitudenpotential = 1/q0 nicht unter einem Perturbationslängenfaktor gleich  $\sqrt{1/3} = 0,57735$ , egal wie stark die Perturbation ausfällt (getestet bis q0<sup>2</sup> gleich 4), also 4fache Fläche und dann 2,3 fachem Volumen, bei q0<sup>2</sup>=2,0 = 2fache Fläche und 1,15 faches Volumen, usw.

Dennoch können wir etwas anfangen, wenn wir diesen inversen Wert als „Geisterlänge“ nutzen um an die Perturbationslänge für maximales Potential zu gelangen. Diese ist annähernd das arithmetische Mittel aus Rohrlänge 1,0 und Geisterwert für 1,5 faches Volumen bei q0<sup>2</sup>=2=PL 0,5 und ergibt PL =0,75 für max. Pot. Bei Einengungen ist es proportional zur Volumenänderung, arithm. Mittelwert aus 0,666 und 1 = 0,8333



q0<sup>2</sup>=2,0 Aufweitungen, zentriert  
0,5773 PL = das untere PL Limit für Pot= 1/q0



q0<sup>2</sup> = 0,5 Einengungen, zentriert  
0,66 PL = 1,5 mal weniger TL Volumen.

**Bei Aufweitungen mit Querschnittflächen-Verdoppelung:**

Was hat sich geändert? Im Fall der Erweiterung wurde Volumen dazugepackt. Bei Perturbationslänge 50 % haben wir gegenüber der Ausgangslage

$$\begin{matrix} \text{Volumen } 0,25 & [+ \text{ Volumen } 0,25 & + \text{ Volumen } 0,25 & ] & + \text{ Volumen } 0,25 \\ \text{Volumen } 0,25 & [+ \text{ Volumen } 0,25 * q0^2 & + \text{ Volumen } 0,25 * q0^2 & ] & + \text{ Volumen } 0,25 \end{matrix}$$

**Da die Perturbationen zentriert bleiben, können wir vereinfachen, 50% PL zentriert:**

$$0,5 * \text{Std. Volumen } 1,0 + [ 0,5 * \text{Vol. } 1 * q0^2 ] \\ 0,5 + [ 0,5 * q0^2 .. 2 = 1 ] = 0,5 + 1 = *1,5 \text{ faches Volumen}$$

**bzw. als Volumen Rohrlänge + Volumenänderung Änderung Xe:**

$$1 * \text{Std. Volumen } 1,0 + 0,5 * \text{Xe } 1 \text{ Vol. Änderung} = 1 + (0,5 * 1) = 1,5 \text{ Volumen}$$

das gleiche Volumen hätte ein Zyl mit q0=1 und Länge 1 +0,5 (Frequenz wäre dann 1 Quint tiefer)

**Volle Boresize Änderung gibt 1/q0:**

$$1 * \text{Std. Volumen } 1,0 + 1 * \text{Xe } 1 \text{ Vol. Änderung} = 1 + (1 * 1) = 2,0 \text{ Volumen}$$

das gleiche Volumen hätte ein Zyl mit q0=1 und Länge 1 +1,0 = doppelter Länge. ( wäre Oktave tiefer)

**Das Maximum größer 1/q0 wurde hier bei ~ 0,75 PL zu RL gefunden:**

$$1 * \text{Std. Volumen } 1,0 + 0,75 * \text{Xe } 1 \text{ Vol. Änderung} = 1 + (0,75 * 1) = 1,75 \text{ Volumen}$$

(ca. kleine Sept tiefer)

**Das Potential gleich 1/q0 wurde hier allerdings nicht bei 0,5 sondern bei 0,5773 PL zu RL gefunden:**

$$1 * \text{Std. Volumen } 1,0 + 0,5773 * 1 \text{ Xe Vol. Änderung} = 1 + (0,5773 * 1) = 1,5773 \text{ Volumen}$$

Volumen 0,211 [+ Volumen 0,5773 \* q0<sup>2</sup>] + Volumen 0,211

Bei Einengungen mit Querschnittflächen-Halbierung:

50% PL zentriert:

$$\begin{matrix} \text{Volumen } 0,25 & [+ \text{ Volumen } 0,25 & + \text{ Volumen } 0,25 & ] & + \text{ Volumen } 0,25 \\ \text{Volumen } 0,25 & [+ \text{ Volumen } 0,25 \cdot q_0^2 & + \text{ Volumen } 0,25 \cdot q_0^2 & ] & + \text{ Volumen } 0,25 \end{matrix}$$

Da die Perturbationen zentriert sind, können wir vereinfachen, 50% PL zentriert:

$$0,5 \cdot 1 + [0,5 \cdot q_0^2 \quad 0,5] = 0,5 + 0,25 = 0,75 \text{ faches Volumen} = 1,333 \cdot \text{weniger.}$$

bzw. als Volumen Rohrlänge + Volumenänderung Änderung Xe:

$$1 \cdot 1 + 0,5 \cdot Xe (-0,5) = 1 + (-0,25) = 0,75$$

Das selbe Volumen hätte ein Zylinder mit  $q_0=1$  und 0,75facher Länge (1,333 x kürzer) (Quart höher)

Volle Boresize Änderung gibt  $1/q_0$ :

$$1 \cdot \text{Std. Volumen } 1,0 + 1 \cdot \text{Vol. Änd. } Xe -0,5 = 1 + (1 \cdot -0,5) = 0,5 \text{ faches Volumen}$$

das gleiche Volumen hätte ein Zyl mit  $q_0=1$  und Länge 1 -0,5 = 0,5 = halber Länge = 2x kürzer

Das Maximum  $> 1/q_0$  wurde hier gefunden bei  $\sim 0,83$  PL zu RL:

$$1 \cdot \text{Std. Volumen } 1,0 + 0,83 \cdot \text{Vol. Änd. } Xe = -0,5 = 1 + (0,83 \cdot -0,5) = 1 + -0,416 = 0,5833 \text{ Vol TL}$$

bzw. annähernd  $1/1,75 = 0,5714 \text{ Vol TL}$

Das Potential gleich  $1/q_0$  wurde hier gefunden bei  $\sim 0,66$  PL zu RL:

$$1 \cdot \text{Std. Volumen } 1,0 + 0,66 \cdot \text{Vol. Änd. } Xe = -0,5 = 1 + (0,66 \cdot -0,5) = 1 + -0,333 = 0,666 \text{ Vol.}$$

=  $1 / 1,5$

Zusammenfassung:

	Enlargement: PL * Xe	Vol.	Constriction: PL * Xe	Vol.
Volle Boresize Änderung: Volumen =	$1 + (1,0 \cdot 1)$	= 2,0 * 2/1	$1 + (1 \cdot -0,5)$	= 1 + -0,5 = 0,5 /2 * 1 / 2 = / (2/1)
max. Pot $> 1/q_0$ : Volumen =	$1 + (0,75 \cdot 1)$	= 1,75 * 7/4	$1 + (0,83 \cdot -0,5)$	= 1 + -0,416 = 0,583 /1,7142 * 4/7 = 0,5714 <i>annähernd inv. proportional</i> <i>wäre harm. Mittel.</i>
Magn. Pot = $1/q_0$ : Volumen =	$1 + (0,5773 \cdot 1)$	= 1,5773 nicht * 3/2	$1 + (0,66 \cdot -0,5)$	= 1 + -0,333 = 0,666 /1,5 * 2 / 3 = / (3/2)
50% Boresize: Volumen =	$1 + (0,5 \cdot 1)$	= 1,5 * 6 / 4	$1 + (0,5 \cdot -0,5)$	= 1 + -0,25 = 0,75 /1,333 * 3 / 4

Ein Volumen ist immer etwas hoch 3. Gegenteil ist hoch  $1/3 = 3$ . Wurzel -> Länge  
 Eine Fläche ist immer etwas hoch 2. Gegenteil ist hoch  $1/2 =$  Quadratwurzel 2. Wurzel  
 Eine Länge ist immer etwas hoch 1. Gegenteil ist hoch  $1/1 =$  Länge. =  $q_0$

Volumen ... eine vergleichbare Seitenlänge A eines Quaders  $A^3$   $A \cdot A \cdot A$   
 Fläche ..... eine vergleichbare Seitenlänge A eines Quadrats  $A^2$   $A \cdot A$   
 Länge .... eine vergleichbare Seitenlänge A einer Strecke  $A^1$   $A \cdot 1 =$  selbst die Wurzel.

$0,5773 = 1 / \sqrt{3} = \sqrt{1/3}$  bzw. das Geometrische Mittel aus  $1,33 / 2 = 0,66$  und  $1/2 = 0,5$ .  
 $0,666$  ist auch  $1 / 1,5$  und  $0,5 = 1 / 2$ , arithm. Mittelwert = 1,75 der Volumenfaktor mit max. Pot.  
 und  $1/1,75 = 0,5714$  ist dann das Harmonische Mittel aus 0,666 und 0,5.

$$0,33 = 1 / 3 \quad 1,33 / 0,66 = q_0^2 = 2, \quad q_0 = \sqrt{2} \quad x / 2 = 0,166 \quad = 1/6$$

$$\begin{matrix} 1,33 = 4 / 3 & 3 / 4 = 0,75 & 1/0,75 = 1,333 & 1- = & x 0,25 & + & x 0,33 & = & +0,58 \\ 0,66 = 2 / 3 & 3 / 2 = 1,50 & 1/1,5 = 0,666 & -1 = & x 0,50 & + & x 0,33 & = & +0,83 \end{matrix}$$

Nun sind Querschnitt-Flächenänderungen nicht auf Verdoppelung bzw. invers Halbierung beschränkt und auch kleinste Änderungen ergeben eine Wirkung. Es ergibt sich ein Perturbationslängen-Faktor anhand  $1 - ((\sqrt{2}) - 1) = 2 - \sqrt{2} = 0,5858$  mit dem sich auch bei gar keiner Perturbation  $q^2=1$  ein  $Pot=1/q_0$  verbirgt!  
 $\sqrt{2} = 1,4142 - 1 = \text{Differenz } X = 0,4142$   $1-X = 1-0,4142 = 0,5858 = 2-\sqrt{2}$  mit  $Pot = 1/q_0 = 1,0$ .

Die arithmetische Mitte aus Differenz  $X = 0,4142$  und  $X$  gleich  $0 = 0,4142 + 0 / 2 = \text{die Hälfte} = 0,20716$ , das ist der Abstand zum max. Magn. Pot  $> 1/q_0$ , daß sich bei Volumenänderung bilden würde, und man findet diese Länge ist  $0,7929$  Perturbationslänge zu Rohrlänge, an der auch bei kleinsten zentrierten Volumenänderungen das Magnitudenpotential einen Maximalwert  $> 1/q_0$  annimmt:

$PL\ 0,5858 = 1/q_0\ Pot$   $+0,2071 = 0,7929\ PL\ Maximum$   $+0,2071 = PL\ 1,0 = 1/q_0\ Pot.$

$1-X=0,5858$  ist das harmonische Mittel aus  $X=0,4142$  und  $X=1,0$   $PL\ 0,7929$  das arithm. Mittel aus  $1-X$  und  $1$

Die zentrierte Perturbationslänge, bei der sich das vorzeitige Magnituden Potential  $=1/q_0$  anhand Querschnittflächen- und somit Volumenänderungen bei der letzten  $1/4$  Wellenlänge bildet lautet, mit Mindestlimit  $PL > 0,5773$  bei  $q_0 > 1,035$ :

zentrierte Perturbationslänge für Magnituden Potential  $Zin$  gleich  $1/q_0 = [ 1 / [ \sqrt{ (0,5 * q_0^2) + 1 } ] ]$   
 $1/(\sqrt{(q_0^2/2) + 1}) = 0,58578$  wenn  $q_0^2 = 1,0$  Vol. TL: PL-Faktor zu RL:  
 $\sqrt{(0,5 * 1\ q_0^2) + 1} = 1,7071$  *invers*  $1/=0,5858$   $=1/\sqrt{1/2}$   $1,0$   $0,5858$   
 $\sqrt{(0,5 * 0,5\ q_0^2) + 1} = 1,5$  *invers*  $1/=0,6666$   $=1/\sqrt{1/4} + 1$   $1/1,5$   $0,6666$   
 $\sqrt{(0,5 * 2,0\ q_0^2) + 1} = 2,0$  *invers*  $1/=0,5000$   $=1/\sqrt{1/1} + 1$   $1 * 1,5$   $0,5000$  „Geisterlänge“  
 $\sqrt{(0,5 * >1,0716q_0^2) + 1} = 1,732$  *invers*  $1/=0,5773$   $=1/\sqrt{1/3} + 0$   $1 * 1,5773$   $0,5773 = \text{unteres PL Limit}$

Die zentrierte Perturbationslänge für max. inverses Magnituden Pot. =  $1 - [ ( 1 - [ PL\ Magn\ Pot\ 1/q_0 ] ) / 2 ]$

zentrierter Perturbationslängenfaktor zu Rohrlänge		Volumen TL:
$q_0^2=0,25$	<b>0,9</b>	<b>~ 0,3</b>
$q_0^2=0,5$	0,8333	~0,58
$q_0^2=0,8264$	<b>0,8043</b>	0,925
$q_0^2=1,0$	<b>0,7929</b>	1,0
$q_0^2=1,21$	<b>0,7812</b>	1,165
$q_0^2=2,0$	0,7500	1,75
$q_0^2=4,0$	<b>0,8333</b>	<b>3,5</b>

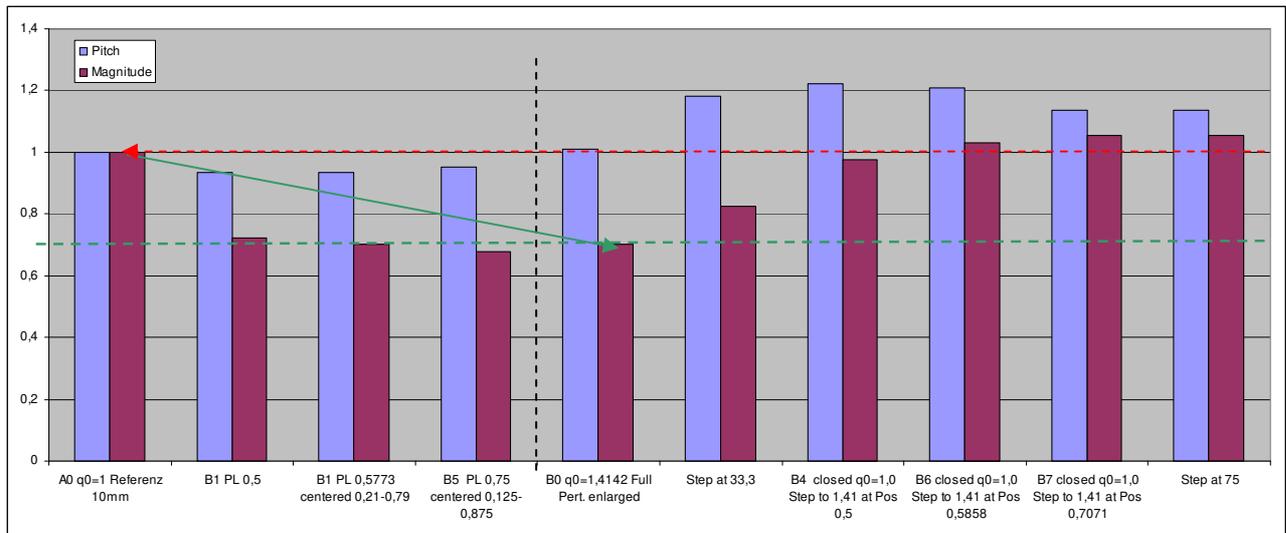
*mit Ansatz HR und Pi = PL 0,785*

unter  $q_0^2 < 0,5$  kommt es zu Verzerrungen,  $q_0^2 = 0,25$  hat ein Volumen TL von  $\sim 0,3$ , Maximum bei  $PL\ 0,9!$

über  $q_0^2 > 2,0$  kommt es zu einem Wendepunkt, (siehe dazu auch Sideletter #2, Boresize)  
 $q_0^2=4,0$  hat sein maximales Pot bei TL Volumenfaktor  $3,5$  ( $2 \times 1,75$ ) bei Perturbationslänge  $0,83!$

Wie man sieht gibt es einen Zusammenhang zwischen vorgezogenen Magnituden-Node Positionen bei lokalen Perturbationen und zentrierten Perturbationslängen mit maximalem Magnitudenpotential.  
 Auswirk. zentrierter Pert. (die länger werden und letzte  $1/4$  WL) eilen lokalen Perturbationen um  $\sim 90^\circ$  nach.

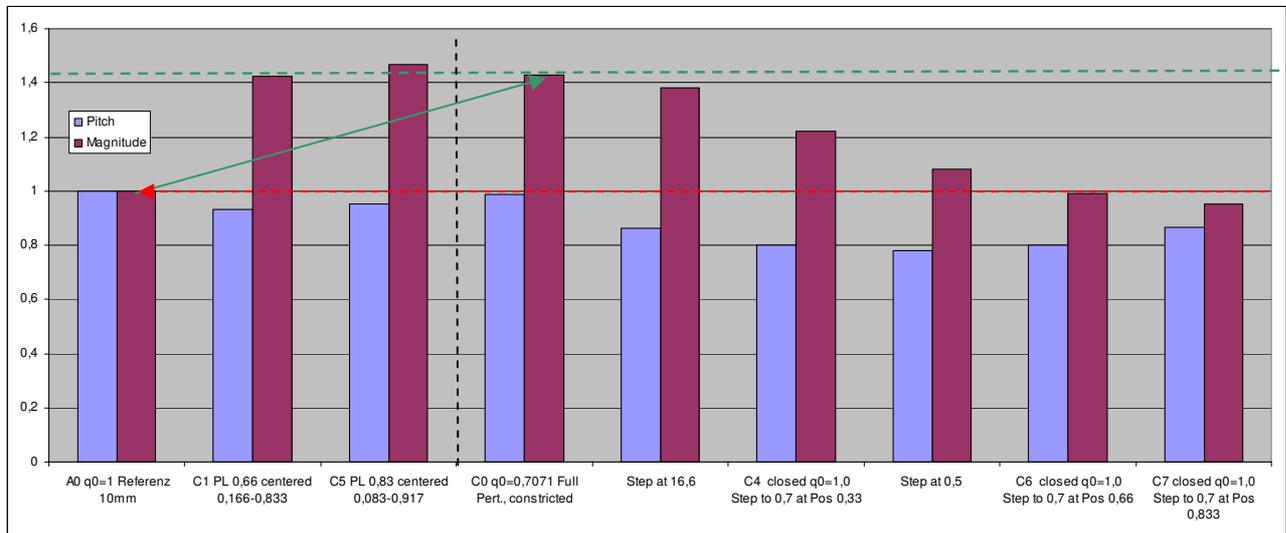
Bore-Steps, Volumen und Änderungspotential, letzte ¼ WL:



links: zentrierte Perturbationslängen, A0 = Ausgangslage ohne Perturbation, ---> das TL Volumen wird größer -->

rechts: Boresteps jeweils q0²= 2,0 (Enlargements) B0 = Situation bei vollständiger Rohraufweitung. ---> das TL Volumen wird kleiner -->

Das Magnituden Potential ist invers zu zentrierten Aufweitungen, ein Rücksprung am Ende fällt weg. Ein Magnitudenpotential gleich q0 = 1 ergibt sich schon bei rund 0,57 Volumen Originalquerschnitt, Ein Magnitudenpotential max > q0 wird bei rund ~0,75 Volumen Originalquerschnitt erreicht. Ein Magnitudenpotential max > q0 ist ca. 2x stärker als bei zentrierten Aufweitungen >1/q0. Danach fällt das Magnitudenpotential auf q0=1,0 mit Volumen Originalquerschnitt q0=1,0. Die besonders starken Frequenzänderungen sind invers max. mit Borestep bei 0,50 Rohrlänge.\*\*



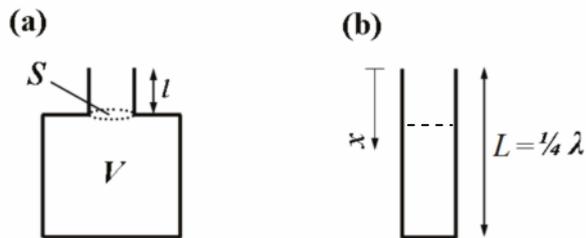
links: zentrierte Perturbationslängen, A0 = Ausgangslage ohne Perturbation, ---> das TL Volumen wird kleiner -->

rechts: Boresteps jeweils q0²= 0,5 (Einengungen) C0 = Situation bei vollständiger Rohr Einengung. ---> das TL Volumen wird größer -->

Das Magnituden Potential ist invers zu zentrierten Einengungen, ein Rücksprung am Ende fällt weg. Ein Magnitudenpotential gleich q0 = 1 ergibt sich (erst) bei rund 0,66 Volumen Originalquerschnitt, Ein Magnitudenpotential max < q0 wird kurz bei rund ~0,83 Volumen Originalquerschnitt erreicht. Danach steigt das Magnitudenpotential auf q0=1,0 mit Volumen Originalquerschnitt q0=1,0. Die besonders starken Frequenzänderungen sind max. mit Borestep bei 0,50 RL.\*\*

\*\* (zentrierte Perturbationen bei 50% RL haben kein Pitch Pot, zeigen aber querschnittabhängig einen Versatz zu tieferen Frequenzen = hier stark, Boresteps haben starkes Pitch Pot!)

## Helmholtz Resonator HR vs. QWR = closed-open Zylinder, Feder/Masse - Modell:



a: Helmholtz Resonator HR, b: 1/4WL Resonator QWR, siehe Sideletter #2

Neck bzw. Hals mit Länge  $L$  + akustisch dann wirksamer Mehrlänge =  $L + (2 \times \Delta L_{HR})$

Beim Helmholtz Resonator steht das Volumen  $V$  für die „Feder“, der Hals „Neck“ + je eine Endkorrektur beidseits für die Masse eines „Luft-Propfens“ der Energie aufnimmt (absorbiert) bei jener Frequenz am stärksten, die sich aus Volumen, Halslänge, Halsquerschnitt und  $2 \times$  je einer Endkorrektur  $\pi/4 \cdot R$  ergibt und eine max. stehende Welle = Impedanzmaxima bei jener Frequenz liefert, die in Summe am wenigsten bedämpft wird.

Bei einem Trompetenmundstück ist es die „Popping“ Frequenz. Anhand der Proportionen kann ein Resonator eine hohe Resonanzgüte mit geringer Bandbreite haben = Zin Peak höher, oder invers größere Bandbreite bei geringer Güte (Filterwirkung); Zin Peak lower.

Beim QWR Quaterwavelength Resonator ist es dagegen die Frequenz von Mode #1, die ~ einer  $1/4$  Wellenlänge entspricht und ein letzter Teil am offenen Ende agiert nun als Hals, „Neck“ = die Masse; eine verbleibende Restlänge = Volumen (Cavity) = repräsentiert die Feder.

Wir wissen wir haben höhere Modes, die ~ ungeradzahlige Vielfache von Mode #1 sind.

Wir wissen auch, ein enges langes Rohr hat eine höhere Güte bei Mode #1 (und jedem höheren Mode, aber rasch abfallend anhand  $1/\sqrt{\text{Frequenz}}$  als ein weites Rohr.

Wir wissen zudem wir haben beim Rohr scharfe „Anti“-Resonanzen, also das Gegenteil von Resonanz, bei geradzahligem Vielfachen einer ~ Grundfrequenz, diese kommen beim Helmholtz-Resonator (Volumen=Kugelgestalt) im betrachteten Frequenzbereich jedoch nicht vor.

### Anwendungsbeispiel:

In einem nicht schalltoten Raum bilden sich Raummoden (stehende Wellen), Druckbäuche finden sich an Wandflächen, bzw. in der Nähe von Raumecken. In einem (open-open) Rohr sind alle Druckbäuche bei 50% RL. Setzt man an dieser Stelle = Druckbauch (seitlich) einen Resonator = mit seinen Druckknoten, dann verbraucht = filtert = absorbiert dieser Resonator die Frequenzen anhand seiner Resonanzfrequenz aus dem open-open Rohr oder Raum mit einer Effizienz, die von der Güte des Resonators abhängt.

Die allgemeine Formel für die ~ Resonanzfrequenz  $f_0$  eines Helmholtz-Resonators lautet:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot (L + 2\Delta L)}} \text{ [Hz]} \quad A=S=\text{Fläche, mit } \Delta L = \Delta L \approx \frac{\pi}{4} \cdot R \quad R=\text{Radius, bei kurzem Hals}$$

Es fehlen bei dieser Formel Verluste. Die „Cavity“= $V$  wird als „kugelförmig“ betrachtet, bei Zylinderform oder rechteckigem Querschnitt ergeben sich höhere Modes. Leider ist diese Formel nicht mehr brauchbar sobald die Resonatorlänge  $>$  als  $1/16$  WL ist. Bei einem Rohr sind wir da um Faktor 4 darüber, die HR Formel auf einen closed-open Zylinder Länge 1m angewendet liefert ~ 109 Hz als Resonanzfrequenz, der aber ermittelte ~ 86 Hz im  $1/4$  Wellen Resonator tatsächlich gegenüberstehen.

Assuming the wavelength of the incident wave is much larger than the dimensions of the Helmholtz resonator, the first eigenfrequency  $f_1$  can be obtained from the lumped mass-spring-damper model as (21)

$$f_1 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}} \tag{1}$$

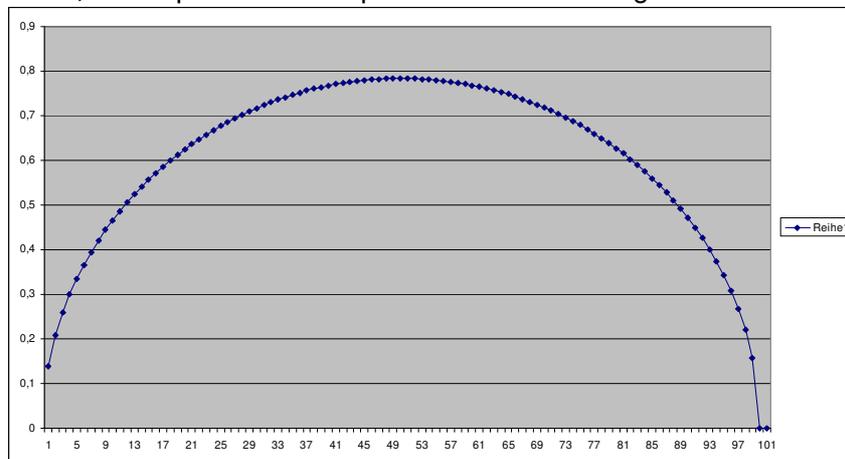
where  $c_0$  is the sound speed,  $S$  is the cross-sectional area of the neck,  $V$  is the cavity volume, and  $l$  is the effective neck length. When the resonator is excited at  $f_1$ , the sound pressure in the cavity is resonantly amplified. The amplification ratio  $A$  of the cavity pressure to the incident pressure is expressed as (21)

$$A = \frac{P_{cavity}}{P_{incident}} = 2\pi \sqrt{\frac{l^3 V}{S^3}} \tag{2}$$

$A = \text{Verstärkungsfaktor HR, } f_l = f_0$

Verstärkungsfaktor HR wäre  $A = 2\pi \cdot \text{Wurzel}(\text{Länge } 0,5^3 = 0,125 \cdot \frac{1}{2} V / S^3) = 20.000$

Wendet man die HR Formel (1) „unpassend“ auf einen Quaterwavelength Resonator an, so ist der Halsquerschnitt ident dem Querschnitt des Volumens. Man erhält eine nicht passende Frequenz. Dennoch interessant ist aber, daß die HR Formel eine Wellenlänge gegenüber der Rohrlänge = 1m von 3,14m = pi bei einer unperturbierter Rohrlänge = 50% Halslänge liefert:



HR Formel auf QWR (closed-open Zyl.) angewendet, Anteil 1/4 WL.  $x =$  „Halslänge“ in % 1/4 WL.

Schallgeschwindigkeit / Frequenz = Wellenlänge;  $343\text{m} / 109\text{ Hz} = 3,146\text{m} / 4 = 1/4\text{WL} = 0,785\text{m}$   
 Eine „passende“ 1/4 Wellenlänge wäre dann  $\pi/4 = 0,785\text{m}$  oder 78,5% der letzten 1/4 Wellenlänge.  
 $\pi/4$  ist auch 45 Grad bzw. Steigung = 1,  $1 - (1/4\pi) = 0,2146$  vor dem offenen Ende oder auch  $(2 \cdot 0,1073)$  unperturbierter Rohrlänge vor und nach einer zentrierten Perturbation.

Bei zentrierter Perturbation und geringer Querschnittänderung  $q_0 < 1,1$  ergibt es annähernd die Perturbationslänge gegen Rohrlänge, mit der ein maximales Magnitudenpotential  $> 1/q_0$  erreicht wird. Diese Perturbationslänge ist das arithmetische Mittel der Perturbationslängen, mit denen Imp. Magn. Pot= $1/q_0$  erreicht wird. Ein vorgezogenes Potential gleich  $1/q_0$  ergibt sich somit bei

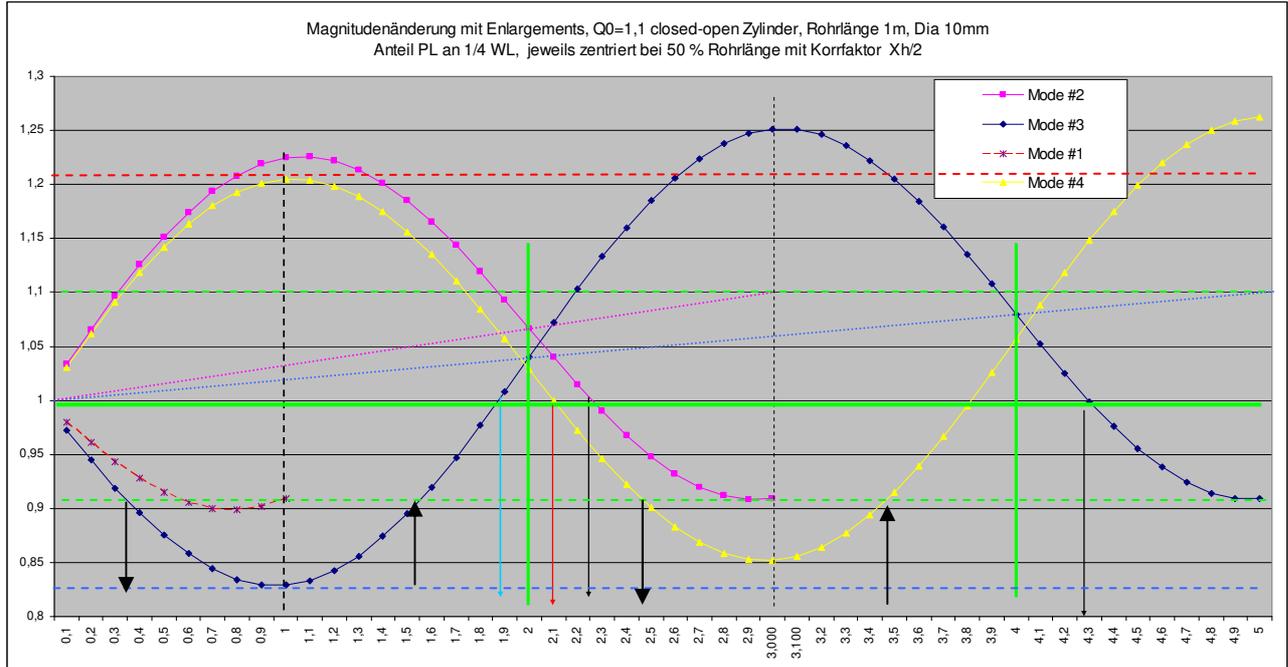
$$1 - [(1 - \frac{1}{4} \pi)^2] = 0,5708 \text{ PL zu RL} = (\pi/2) - 1 \sim 33 \text{ Grad.}$$

Bei lokalen Querschnittänderungen  $q_0 < 1,1$  (Standard Perturbationen und kleiner) ergibt sich mit dieser zentrierten Position bei  $\pi/4 = 0,785$  im Rohr der „vorgezogene“ Magnituden-Nulldurchgang, gefolgt von einem inversen Magnitudenpotential am offenen Rohrende. (90 Grad Verschiebung)

Die maximale Änderung ergibt sich hier bei einem lokalen Perturbationszentrum bei  $1 - [(1 - 1/4 \pi) \cdot 3] = 1 - [0,2146 \cdot 3] = 0,356$  Centerposition zu Rohrlänge = 1.  $\sim 20 \text{ Grad.}$

Dieser Ansatz liefert bei kleinen Perturbationen annähernd gleiche Werte wie der Volumenansatz. Man beachte auch die Ähnlichkeit mit Boresteps bei  $\sim 0,57$  Rohrlänge und Max. inv. Pot bei  $\sim 0,75!$

Magnitudenpotential der letzten ¼ Wellenlänge vor dem offenen Ende (und davor):



Die maximal mögliche Volumendifferenz beträgt hier  $X_e = +21\%$  mit zentrierter  $PL=RL$  bei Mode #1,  $PL=3/4 WL$  bei Mode #2,  $PL=5/4WL$  bei Mode #3 und  $PL=7/4$  bei Mode #4. Die Werte sind mit der IQ Formel und Korrekturwert  $X_{he}/2$  errechnet (keine Messergebnisse).

Bei Mode #4 sind zentrierte PL nur bis 5/4 von 7/4 WL dargestellt, die Grafik endet hier am letzten inversen Potentialmax.

Auffälligkeiten und Beobachtungen Faktor  $q_0^2=1,21$ :  $X_g=X_e/q_0=-/+0,1909 \rightarrow 0,81 : \rightarrow 1,19$   
 odd Mode # less Pot nach DB (1/4WL), even Mode more Pot vor DB (1/4WL) gegenüber  $-/+X_g$  (Enl+Constr!)  
 Ein inverses Potential ist in jedem Fall immer stärker, even Modes beginnen invers (Enlargement Magn. up).

**Jeder Mode ab #2 hat ein letztes Magnituden Potential = 1,0 = keine Änderung = Null**  
 bei einer verbleibenden unperturbierten Restlänge von  $2 * 0,375 = 0,75 * \text{einer } 1/4 WL$ .  
 Mode #1 bei  $2 * 0,21 \text{ unperturbiertes Restlänge} = \text{Wurzel}(2)-1$  aber Pot.  $1/q_0$ .

mit  $q_0=1,1 \rightarrow$  Mode 2 bei 2,25 von  $3,0 * 1/4WL$ , Mode 3 bei 4,3 von 5,0 und Mode 4 bei 6,3 von 7.  
 mit  $q_0=1,4142$  2,3 4,33 6,35

Nimmt man als Restlänge den Wert mit max. Magnituden Pot down  $> 1/q_0$ , dann  $2 * \sim 0,4 = 0,8$  unpert. Restlänge einer 1/4WL mit  $q_0=1,1$ .

Für ein Magnituden-Änderungspotential gleich 0 wird mit steigender Mode # daher stetig (für den Wechsel aus einem inversen Pot.) mehr zentrierter Volumenzuwachs notwendig.

Weitere Nulldurchgänge bei kürzeren Perturbationslängen finden sich bei  $\sim -5\%$  geringerer Perturbationslänge, immer bei einem Wechsel zu inversem Potential:

mit  $q_0=1,1$  (ab) Mode #3: 1,87 statt  $2,0 * 1/4 WL$ , Mode #4: 3,8 statt  $4,0 * 1/4 WL$   
 mit  $q_0=1,4142$  1,86 3,8

Der nächste Nulldurchgang bei (ab) Mode #4 von inversem Potential zurück = mehr PL notwendig allerdings dann bei  $\sim +2,1$  statt  $2,0 * 1/4 WL$ , also  $\sim +5\%$  mehr Perturbationslänge notwendig. Perturbationslängen mit Magn. Pot. gleich 0 haben somit nichts mit dem Querschnittfaktor  $q_0$  und Volumen zu tun. Es bleibt bei systematischem „Herumeiern“. Glücklicherweise werden die Differenzen mit steigender Mode Nummer immer kleiner.

Die zentrierte Perturbationslänge mit  $\text{Pot } 1/q_0=q_0$  ist bei Mode #1 querschnittabhängig;  
 Var. A: 0,5858 der Rohrlänge ( $2 \cdot 0,207$  Restlänge) =  $1 - (\text{Wurzel}(2)-1)$ .

Var. B: 0,5733 der Rohrlänge =  $\text{Wurzel}(1/3)$

Var. C:  $1 - [(1 - 1/4 \text{ Pi})^2] = 0,5708$  PL zu RL =  $(\text{pi}/2)-1$  = Ansatz mit (falscher) Helmholtz Formel.

mit $q_0=1,1$	statt	statt	mit $q_0=1,4142$
Mode #2: 2,86	(3,0)		2,84
Mode #3: 1,556	(1,5)	und 0,344	1,59 und 0,296
Mode #4: 3,475	(3,5)	und 2,455	3,5 und 2,422

Das Perturbationszentrum liegt hier bei 50 % Rohrlänge, bzw. entspricht dann Center-Pos:

Mode #1:	arithm. Mitte zwischen Druckbauch und Flussbauch=	0,5 * $1/4$ WL.
Mode #2:	$3/4$ WL = -> $6/8$ WL dividiert durch 2 = $3/8$ Rohrlänge =	1,5 * $1/4$ WL.
Mode #3:	$5/4$ WL -> $10/8$ WL div. durch 2 = $5/8$ Rohrlänge =	2,5 * $1/4$ WL.
Mode #4:	$7/4$ WL -> $14/8$ WL div. durch 2 = $7/8$ Rohrlänge =	3,5 * $1/4$ WL.

Keiner der Resonanzmodes beim Zylinder hat hier einen Druckbauch oder Druckknoten, sondern jeweils eine absteigende (odd Modes) oder aufsteigende (even Modes) Flanke zwischen diesen Extremen. Dadurch kommt es auch bei keinem der Modes bei Perturbationen ganzer  $1/4$  WL zu einem Änderungspotential exakt =  $1/q_0^2$  oder invers  $q_0^2$  Querschnittfläche, dieses wäre hier  $q_0^2=1,21$  bzw. invers proportional =  $1/q_0^2$  0,8264.

Das Potential nähert sich mit steigender Mode # +/- Xg an:  $1+0,191$  bzw.  $1-0,191=0,809$

Das ausgeprägte  $>1/q_0$  Pot. von Mode 1 auf seiner letzten (und einzigen)  $1/4$  Wellenlänge im Rohr ist bei Mode #2 noch ansatzweise erkennbar, verschwindet dann rasch mit höheren Modes.

Mode #3 erreicht mit  $q_0=1,1$  ~ das Pot.  $1/q_0^2$  bei einer zentrierten PL= $1/4$  WL: 0,829 Pot.  
 Erst Mode #5 überschreitet dieses Potential bei einer zentrierten PL= $1/4$ WL: 0,820 Pot.  
*(Es ergeben sich kleine Differenzen, da die Formel eine Näherungsformel bleibt).*

Erstaunlich – siehe blaue Linie (für Mode #3) und lila (für Mode #2) eingetragen:  
 Potential 0 mit PL0,  $q_0=1,1$  bei PL=Rohrlänge = hier  $5/4$  WL Mode #3,  $(2n-1)$ :

Bei geradzahigen Vielfachen (m) einer zentrierten Perturbationslänge von  $1/4$  WL wird das inverse Potential  $X = q_0 / (2n-1) \cdot m$  betragen!

inverses Pot. $>q_0^2$ wird erreicht mit $q_0^2=1,21$	bei Mode#2 mit PL 0,8-1,35 * $1/4$ WL von 3,	max. bei PL 1,1: 1,225
	bei Mode#3 mit PL 2,6-3,50 von 5,	max. bei PL 3,0: 1,251
	bei Mode#4 mit PL 4,6-5,5 von 7,	max. bei PL 5,0: 1,262
	bei Mode#5 mit PL ~6,5-7,5 von 9,	max. bei PL 7,0: 1,268

$q_0^3$  wäre 1,331, dieser Wert wird auch mit Mode #12 bei weitem nicht erreicht: max. bei PL 21,0: 1,278  
 In der ART Simulation sind die erreichten Extremwerte teils etwas höher, ~ max. 1,30.

Das maximale Magnituden Pot. bei zentrierten Perturbationslängen ist invers und  $>q_0^2$ , wo vor und nach der Perturbation jeweils geringfügig weniger als eine  $1/4$  Wellenlänge unperturbiert bleiben. Mode #2 zeigt eine Abweichung von 10% PL (auch bei  $q_0=1,4142$ ), höhere Modes zeigen auch noch leicht eine solche Tendenz, Mode #1 kann kein inverses Potential entwickeln, aber  $\text{Pot} > 1/q_0$ .

Das max. Magnitudenpotential nähert sich mit steigender Mode#  $1+Xg$  bzw.  $1-Xg$  an, was bedeutet daß die inverse Proportionalität von Mode #1 einer logarithmischen +/- Differenz weicht, wenn die Perturbationen zentriert bleiben und  $1/4$  Wellenlänge betragen.  $Xg = \log(2)$  Differenz +/-.

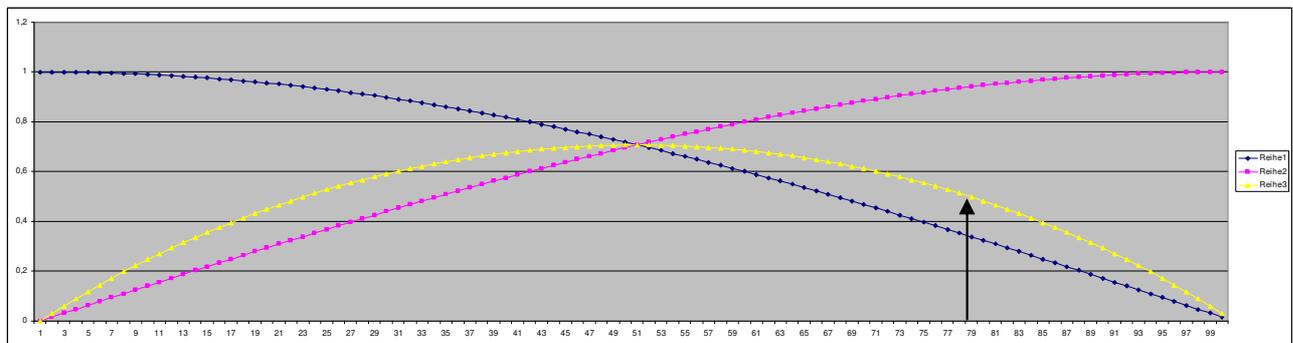
### Lokale Perturbationen, nicht mehr zentriert, Lage von Magnituden-Nodes:

Magnituden Nulldurchgänge sind an allen Druckknoten, mit Ausnahme offenes Ende exakt an der selben Position wie der simpel ermittelte Druckknoten selbst. Nulldurchgänge nahe Druckbäuchen sind immer etwas später Richtung offenes Ende als die Positionen der simpel ermittelten Druckbauchmaxima selbst:

Mode #1 hat nur einen Druckbauch = am geschlossenen Ende  
 Mode #1: ~6,0% v 1/4WL = bei 6 % Rohrlänge nach dem geschlossenen Ende! **Davor inverses Pot.**  
 Mode >#1: ~6,0% v. 1/4WL nach der letztem Druckbauchposition  
 An weiteren Druckbäuchen mit Ausnahme am geschlossenen Ende ist der Versatz Richtung offenes Rohrende < 0,5% Rohrlänge, an Druckbäuchen herrscht hier immer inverses Restpotential.  
 Das inverse Potential an der letzten aufsteigenden Druckbaufanke ist wesentlich stärker als das restliche Potential, ab Mode #7 ist das Potential an der letzten absteigenden Flanke aber gleich stark = kein Versatz!

Letzter, vorzeitiger Magnituden Node am offenen Ende:

Der letzte und vorzeitige Magnituden-Nulldurchgang bei vergleichsweise kleinen lokalen Perturbationen am offenen Ende bildet sich bei allen Modes dort, wo das harmonische Mittel aus simpel ermittelter Druckverlaufkurve und Flussverlaufkurve des unperturbierten Rohres zu einem letzten mal den Wert 0,5 ergibt = bei 78,5% der ¼ Wellenlänge:



Mode #1 closed-open Zylinder, Länge 1m = ¼ Wellenlänge, Dia 10mm, keine Verluste berücksichtigt,  
 Blau: Druckverlauf (absolut)  $\cos(2\pi/\text{Wellenlänge in m})$  wenn RL normiert auf 1,0m.  
 Rosa: Flussverlauf (absolut)  $\sin(2\pi/\text{Wellenlänge in m})$  „-“  
 Gelb: Harmonischer Mittelwert aus Fluss- und Druckkurven.

Der Winkel (phi) in Radian verändert sich anhand Länge/Entfernung:  
 ~¼ WL passen in ein closed-open Rohr =  $2\pi/4 = 1,57$  Radian  
 und ~ ungeradzahlig Vielfache davon.

Druck: $\cos(\phi) \sim 0,35$	$1/0,35 = 2,8571$	=invers	
Fluss: $\sin(\phi) \sim 0,936$	$1/0,936 = 1,0675$	=invers	
	Summe = 3,924	/ 2 = 1,962	=invers
			1/1,962 = 0,509

Der ermittelte Winkel phi ist 1,2239 Radian = 70 Grad.  
 Da  $\sin(\phi)^2 + \cos(\phi)^2$  im Einheitskreis immer 1,0 ergeben (müssen), kann man vereinfachen:  
 Wo das lokale Druckbauch-Potential zuletzt den Wert ~35% vom maximalen Wert beträgt, liegt ein letzter vorgezogener Magnituden Node bei allen Resonanzmodes, bei 78,5% Länge der ¼ Welle, danach inverses Potential und das offene Ende.

Aber ich habe auch alternative Modelle gefunden anhand der Beziehungen und Zusammenhänge zu zentrierten Perturbationslängen bzw. auch Borestep Positionen: letzter Magn. Node bei Faktor ¼ WL  
 0,5858 der PL zu Rohrlänge ( $2 \cdot 0,207$  Restlänge) =  $1 - (\text{Wurzel}(2) - 1)$ .  $1,0 - 1 \cdot \text{Restlänge} = 0,7929$   
 0,5733 PL zu Rohrlänge =  $\text{Wurzel}(1/3)$ ; Restlänge / 2 = 0,21335  $1,0 - 1 \cdot \text{Restlänge} = 0,7866$   
 $1 - [(1 - 1/4 \pi) \cdot 2] = 0,5708$  PL zu RL =  $(\pi/2) - 1$ ; Restlänge/2 = 0,2146  $1,0 - 1 \cdot \text{Restlänge} = 0,7854$   
 aus ART Versuchen mit  $q_0 = 1,1$  und Perturbationslänge 2%RL, 1,1 Losses, Mode #1 = 0,7800  
**Insgesamt ergeben sich von 0,78 zu 0,80 genau +1% Abweichung zum letzten Druckbauch.**  
**0,78 \* bei Mode #1 und ~ 0,8 bei höheren Modes ergeben die geringsten Abweichungen.**

## Lokale Perturbationen nicht mehr zentriert, letzte ¼ WL, Verhalten höherer Modes

Auf der Suche nach Lösungen bin ich auf die Idee gekommen, das Positions-Potential testweise zu eliminieren, um an die fehlenden Potentialkurven bei RL 0,5 / Pot bei 0.5 Rohrlänge zu kommen.

Dabei zeigt sich, daß weiter ein „Herumeiern! stattfindet; die letzte ¼ WL verhält sich völlig anders, Prozentschritte sind zu gering, daher sind bei höheren Modes wieder nur Schätzwerte möglich;

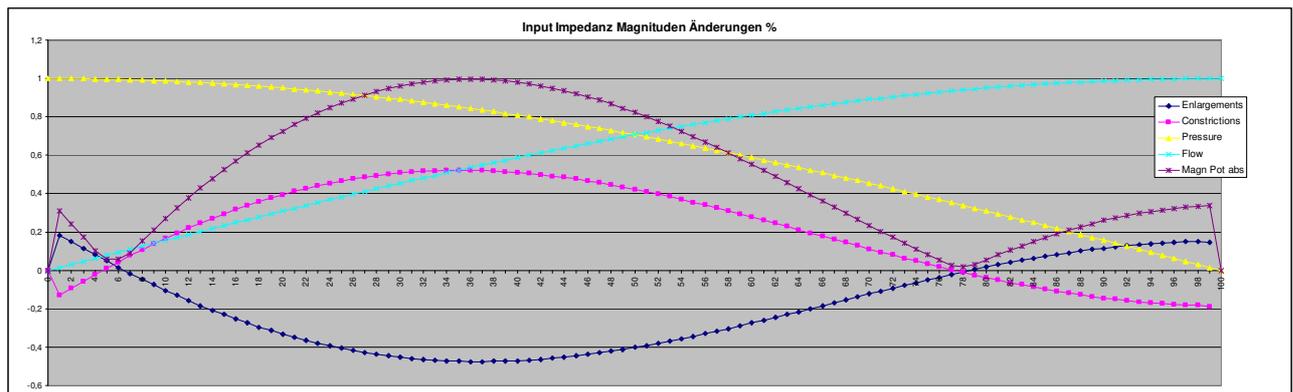
Mode 1 und Mode 2 lassen sich so nicht auswerten, bei Mode2, der inverses Verhalten zeigt, liegt 50% Centerposition bereits im letzten Druckbauch – und hier ist das Verhalten abwegig.

Es scheint daher unmöglich, das Verhalten speziell innerhalb der letzten ¼ WL mit einer einfachen Formel zu beschreiben.

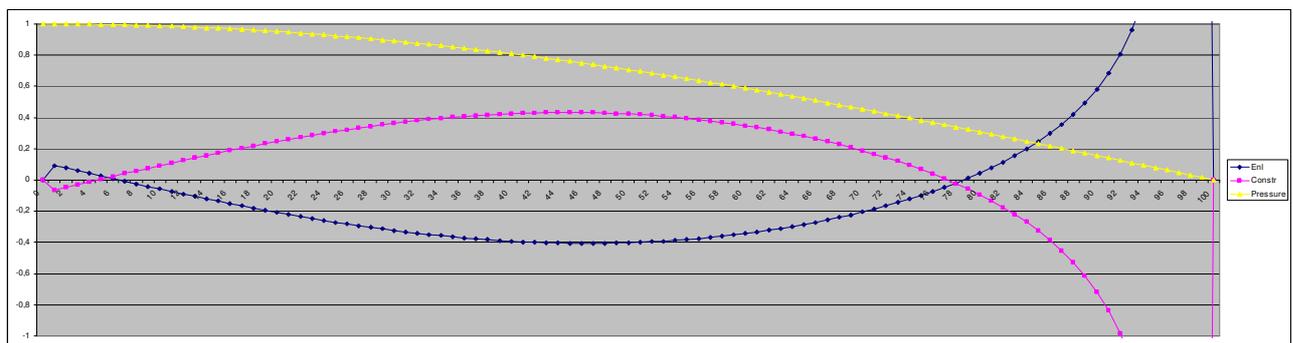
Aber diese Modes zeigen, was sich auf der letzten ¼ Wellenlänge als Auswirkungen auch bei höheren Modes ergibt. Ich habe dazu einige Kommentare vermerkt, um die generell vorkommenden Änderungen mit höheren Mode Nummern zu beschreiben.

*Simulation mit exakt gleichen Randbedingungen ( autom. Zentrierung, etc.)*

*Closed-open Zylinder, Länge 1000mm, Perturbationen mit  $q=1,1$  und inv. prop. 0,90909, in 1% Schritten durch das Rohr geschoben, Ergebnisse aus ART-Simulation, Loss Faktor 1,1 und 23 Grad Celsius.*

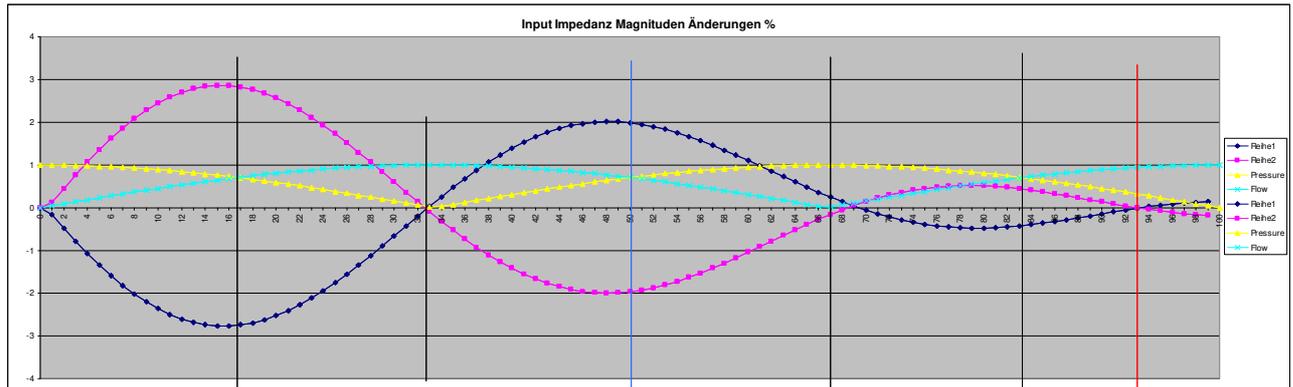


Mode #1 Magnituden Potential

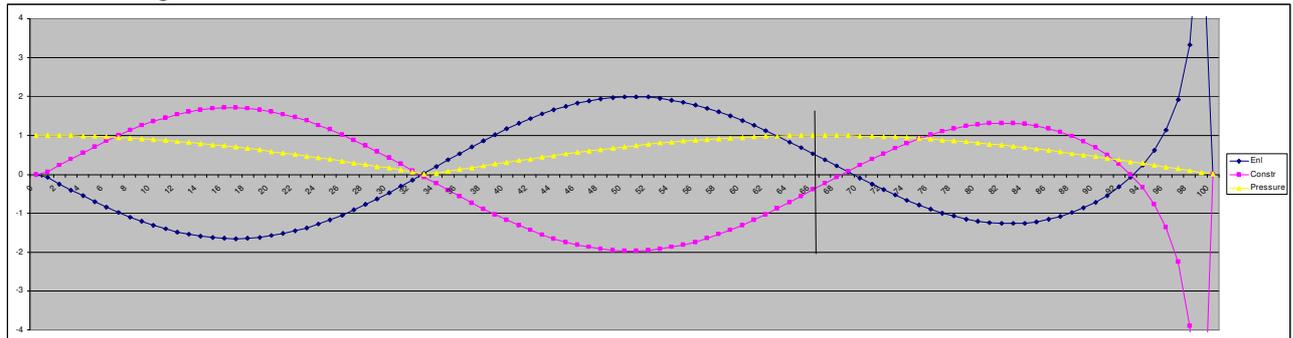


Mode #1 Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

Mode 1 bzw. letzte ¼ WL: Constrictions wirken am geschlossenen Ende stärker, bei 62% Rohrlänge invers prop., dann zunehmend schwächer.

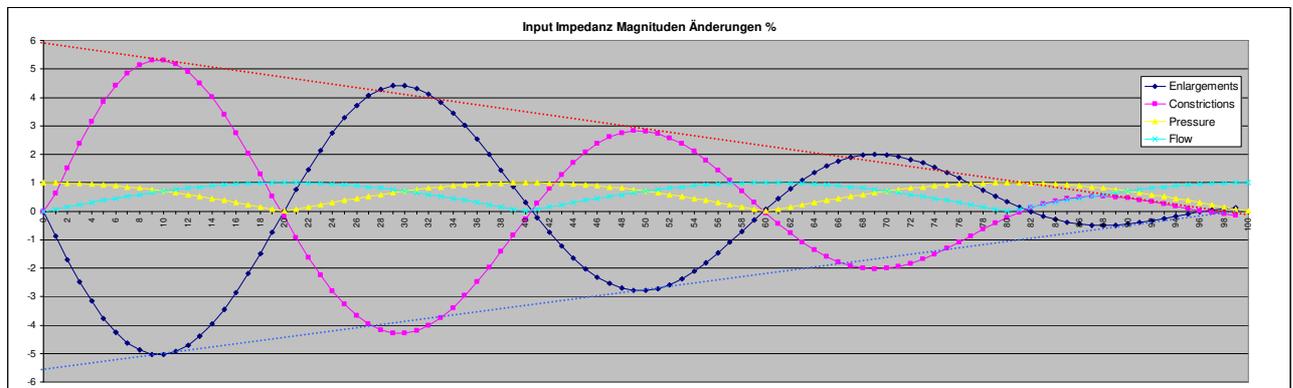


Mode #2 Magnituden Potential

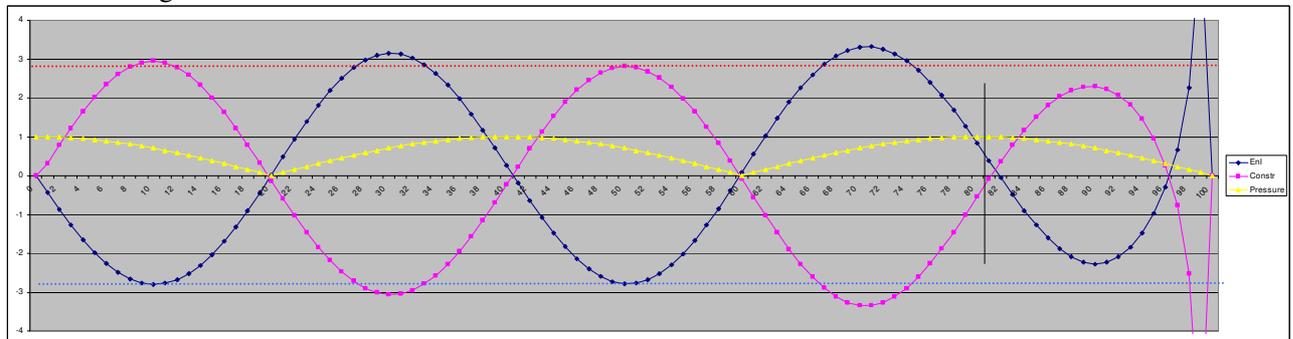


Mode #2 Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

Das letzte, nicht inverse Potential ist wesentlich schwächer, inverses Pot. stärker als das „allover“ Potential

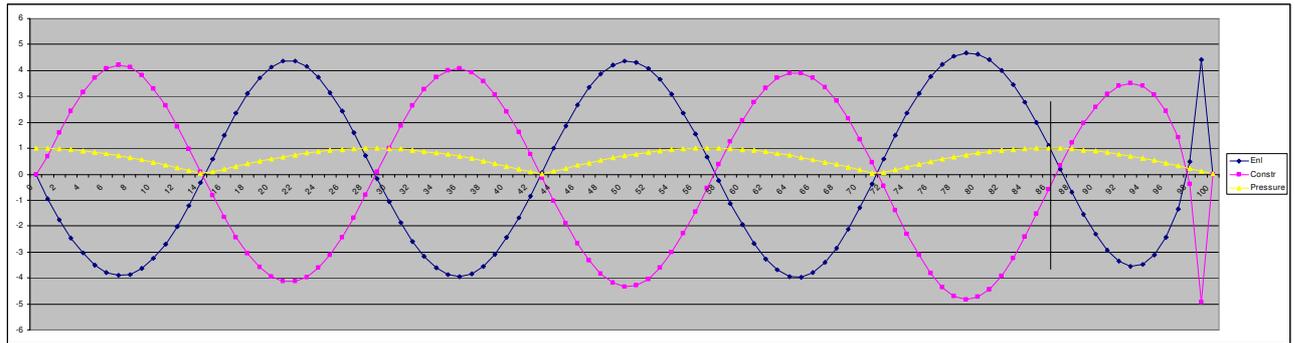


Mode 3 - Magnituden Potential

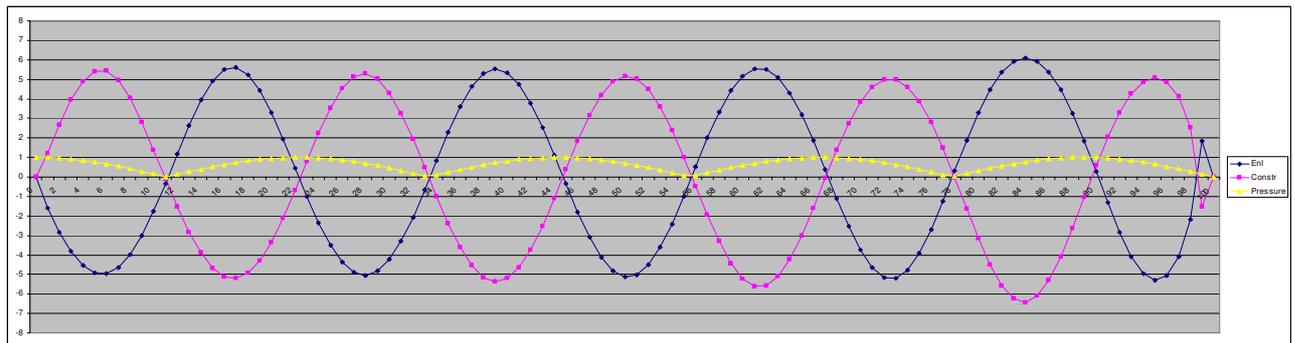


Mode 3 – Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

Das letzte, nicht inverse Potential ist hier noch schwächer, letztes inverses Pot. stärker als das „allover“ Pot. Bis zum Beginn der letzten ¼ WL zeichnet sich jetzt ein Versatz nach unten ab, speziell bei Constrictions! Noch stark ausgeprägt, der letzte „vorgezogene“ Magnitudennulldurchgang und inverses Pot. am offenen Ende.

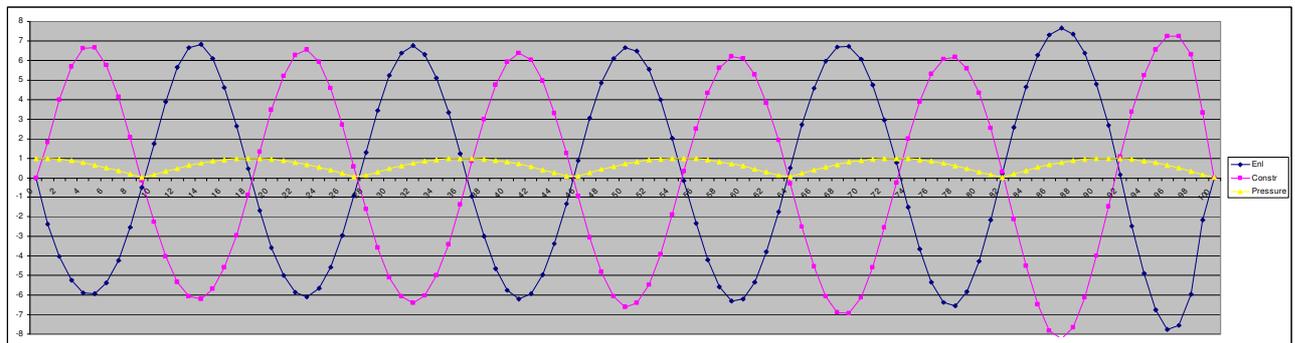


Mode 4 – Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.



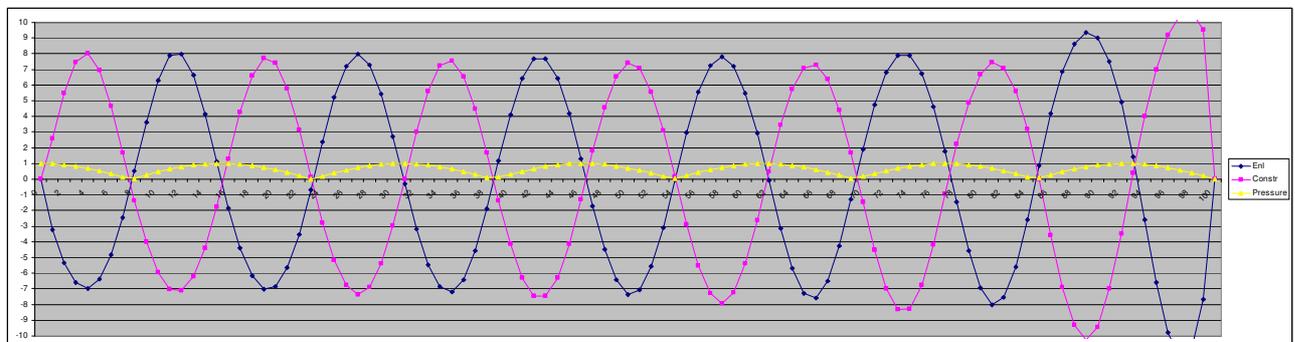
Mode 5 – Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

Ab diesem Mode ist das letzte nicht inverse Pot. annähernd nicht mehr abgeschwächt (gleiches Pot.)



Mode 6 – Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

Ab diesem Mode ist das letzte nicht inverse Pot. stärker als das ~ allgemeine Potential und der vorgezogene letzte Magnituden-Nulldurchgang ist damit verschwunden.

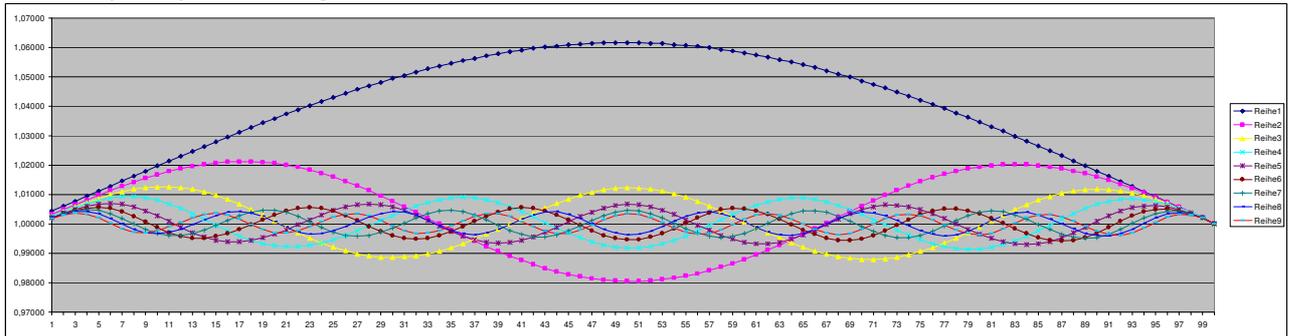


Mode 7 – Positionspotential entfernt \* 0,5 = Magnituden Pot. wie bei 50% RL.

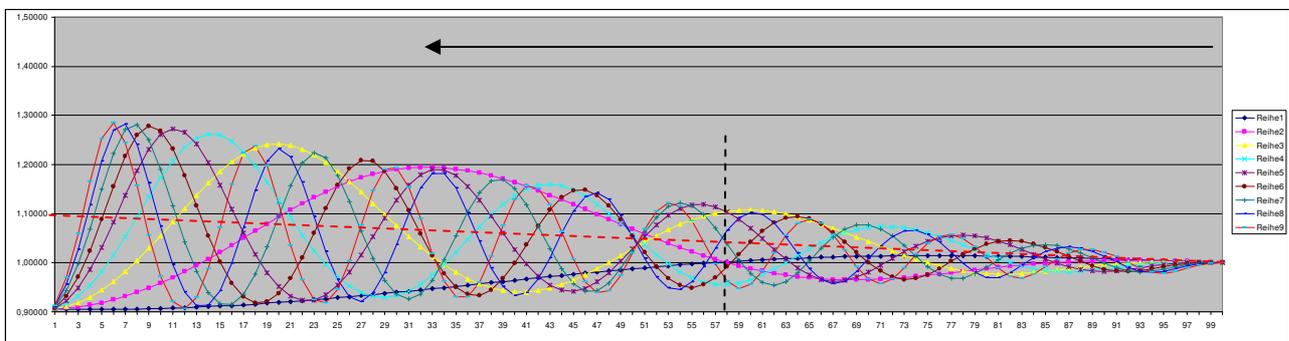
Ab diesem Mode ist das letzte nicht inverse Pot. **viel stärker** als das (letzte = stärkste) inverse Potential

Positive Boresteps im closed-open Zylinder / QWR:

Closed-open Zylinder, Länge = 100cm, Diameter 10mm, ART Simulation, 23°C, Loss Faktor = 1,0



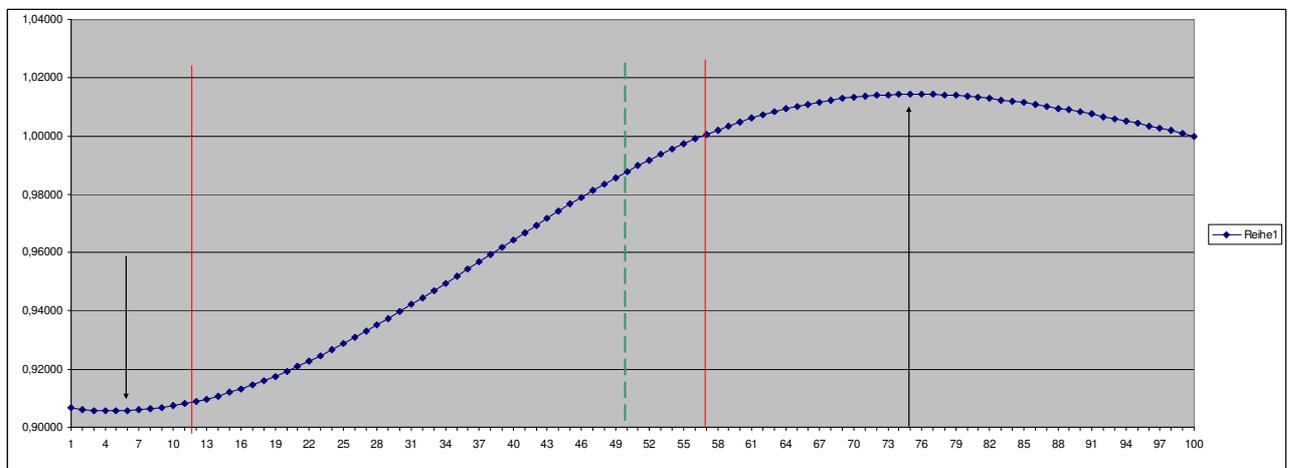
Pitch Änderungen in %: Pitch Nodes exakt an Druckknoten und an Druckbäuchen  
 Pitch down: Mitte ansteigender Druckbauchflanken, up: Mitte abfallenden Flanken  
 Mode #1 ergibt ca 6% bei 1/8WL, die restlichen Modes ca. 6% Pot / Anzahl von 1/4 Wellenlängen  
 6% Frequenzerhöhung entsprechen ~ 100 Cent = 1 Halbton Equal Tuning.



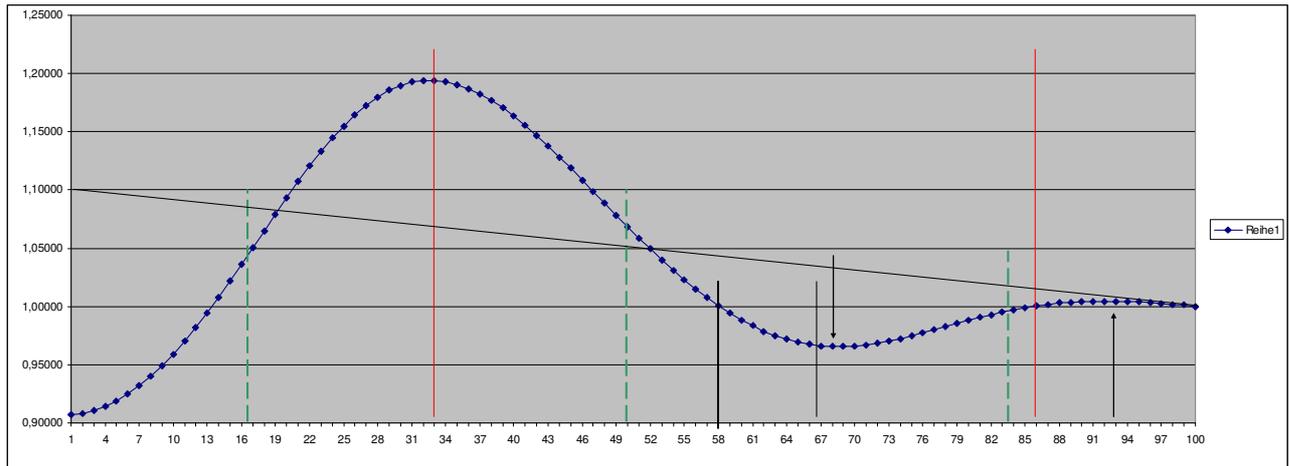
Faktor Magnitude  $|Z|/IN$  Vergleichsreferenz: Dia 10mm =  $q_0=1$ , Enlargements auf 11mm =  $1/q_0 = 0,909$   
 $x$  = Position des Boresteps von 10 auf 11mm, links geschlossenes Rohrende, rechts offenes Ende  
 Step bei  $x=0$  = full Borestepsizechange auf Dia 11mm, Step bei  $x=100$  = kein Step, Borestepsize  $1/q_0 = 1,0$   
 Der schwarze Pfeil soll das zunehmende Volumen mit kleiner Step. Position verdeutlichen.

Das mögliche Magn. Pot down ist ab Position 10% RL geringer als  $1/q_0$ , (Mode #1 over-Pot. bei ~6% RL),  
 auftretendes inverses Pot up ist bei Steps vor ca. 60% Rohrlänge  $>q_0$  und vor ca. 25%  $>q_0^2$

An Druckknoten: Inverses Magn. Pot. up, an oder etwas nach Druckbäuchen: Pot. down. (Over-Pot !)  
 Rot strichliert:  $q_0$  1,1 bei  $x_0$  zu  $q_0$  1,0 bei  $x_{100}$ : Schnittpunkte bzw. Schnittpunkt bei ~ 50 % Pos. RL:  
 (Mode #2 und #3 später bei ca. 52% und die Ausnahme Mode #1.):

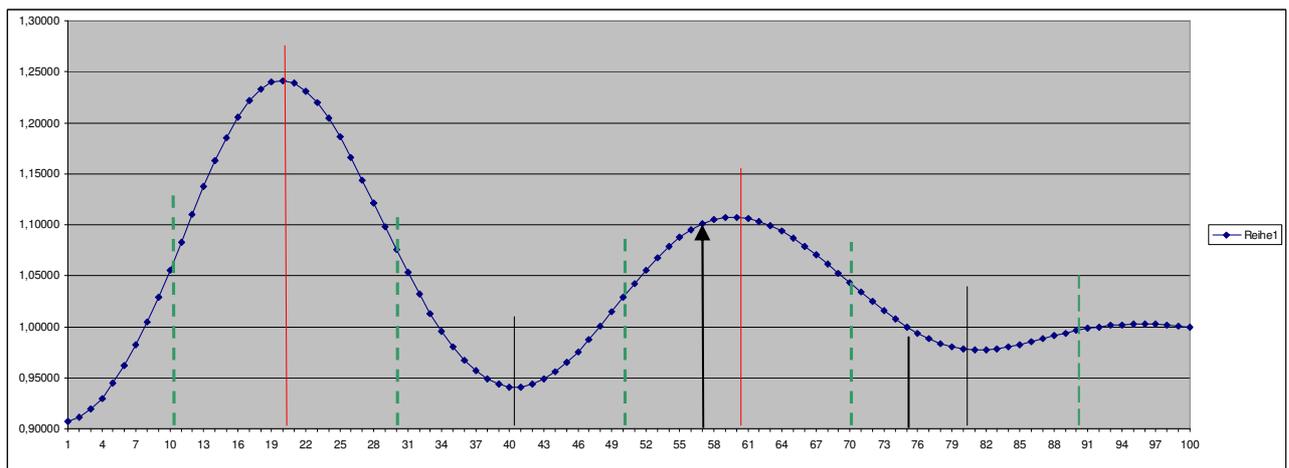


$|Z|_{in}$  – Magnitude Change, Boresteps positiv, Mode #1 - bzw. last Quaterlenght  
 Am Beginn small over-Pot.,  $q_0=1$  erreicht mit ~57%, max. inverses Pot mit 75% 1/4WL, 25% Dia 11mm.  
 letzte 1/4 WL = 1 vorgezogener Magn. Node mit 0,57 RL und max. inverses Pot mit 0,75 RL unperturbiert.

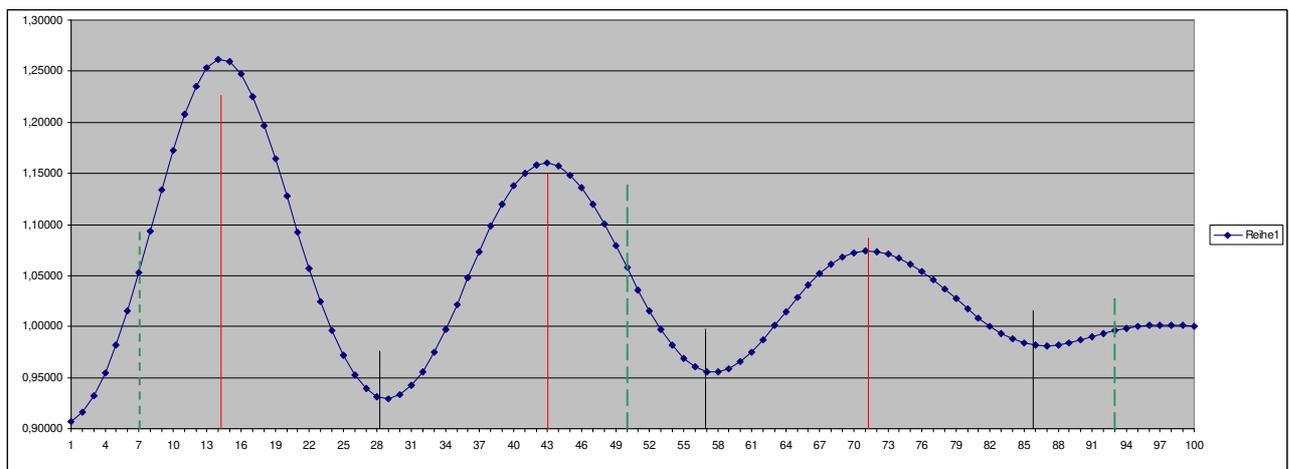


Z in – Magnitude Change, Boresteps positiv, Mode #2 Druckknoten bei 33,3%, Druckbauch bei 66,6% RL letzte ¼ WL:

Das stärkste inverse Potential ergibt sich mit Step am 1. Druckknoten: 33,3% RL unperturbiert (ab Mode #2)  
 Das letzte max. nicht inverse **over-Pot.** ist Druckbauch =  $66,6\% + 0,06 * 1/4WL = 2\% = 68,6\%$  RL unpert.  
 1 vorgezogener Magn. Node bei letztem Druckbauch =  $66,6\% + 0,57 * 1/4 WL = 19\% = 85,6\%$  RL unpert.  
 max. inverses Pot. bei letztem Druckbauch =  $66,6\% + 0,75 * 1/4 WL = 25\% = 91,6\%$  RL unpert.



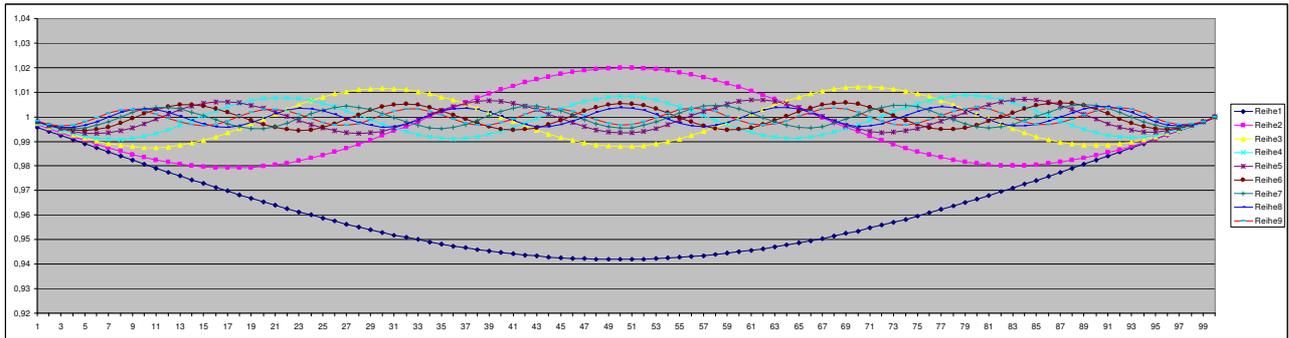
Z in – Magnitude Change, Boresteps positiv, Mode #3 Druckknoten bei 20% und 60% RL



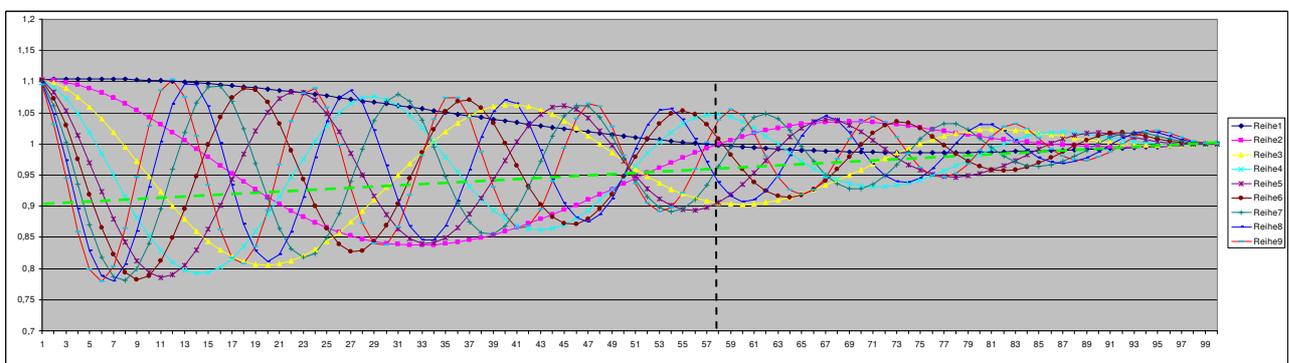
Z in – Magnitude Change, Boresteps positiv, Mode #4, Druckknoten bei 14,28% und odd Vielfachen

**Negative Boresteps im closed-open Zylinder / QWR:**

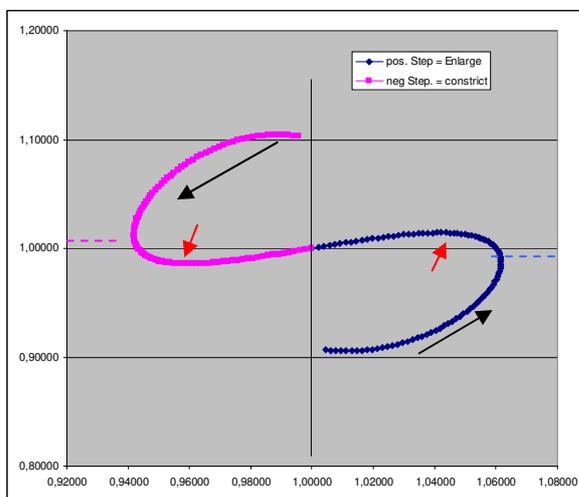
die Auswirkungen sind invers proportional zu positiven Boresteps



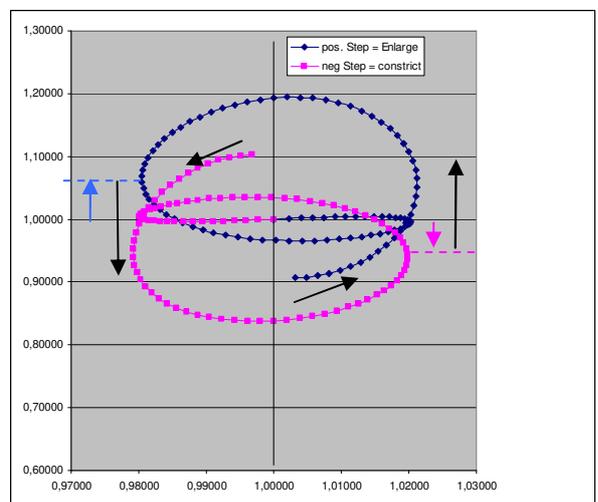
Pitch Potential, Referenzrohr Dia 11mm, Boresteps at x auf 10mm



Faktor |Z| in Magnitudenänderung, Referenzrohr Dia 11mm, Boresteps at x von 11 auf 10mm  
 x0 = vollständig eingengt auf 10mm, 1/q0= 1,1      x100 = kein Borestep, Dia = 11,0mm. 1/q0=1,0



Mode #1 und letzte 1/4 WL: inverses Pot max. mit 0,75 RL  
 Richtung closed->open End: gegen Uhrzeiger



Mode #2: Inverses, max Pot up / down mit  
 Step an Druckknoten, letzte 1/4 WL aber wie #1

Das bedeutet: Ein closed-open Zylinder mit einer Länge 50cm und Dia 10mm + ein open-open Rohr, Länge 50cm und Dia 11mm ergeben Peak Magnituden, die alle um ~4% stärker sind, Ausnahme Mode #1 (dieser ist ~ 1% geringer), und zwar ~ 4% stärker als ein einzelnes 100cm Rohr mit Dia 10mm, das ist ein inverses Potential und verdeutlicht das starke inverse Verhalten der Modes # >1!

Ein Rohr 100cm mit Dia 11mm (x=0) hat dagegen 1,04 \* 1,1 = 14,4% geringere Magnituden als die 50/50 Kombination! Bei negativem Step sind es 4% mehr Abschwächung gegenüber vollständiger Borestep-Änd.

Die Frequenzänderungen sind odd / even zu einander invers und maximal, es gibt keine shared Pitch-Node Positionen. 6% Frequenzänderung entsprechen rund einem Halbton der chromatischen Tonskala.

Die folgende Step Position soll betreffend Magnituden Pot |Z|in besonders beachtet werden:

$$1 / \sqrt{3} = \sqrt{1/3} = (1/3)^{1/2} = 3^{(-1/2)} = \{\sqrt{3}\} / 3 = 0,5773 \text{ RL:}$$

$$0,5773 = \text{Tangens (Phi 30 Grad)} \quad \text{invers: } 1 / 0,5773 = 1,732 = \text{Tangens (Phi 60 Grad)} = \sqrt{3}$$

$$\text{Steigung} \quad 1,0 \quad = \text{Tangens (Phi 45 Grad, d.h. +/- 15 Grad Differenz.)}$$

30 Grad ist Faktor 0,666 bzw 2/3 zu 45 Grad, 60 Grad ist Faktor 1,333 bzw. 4/3.

0,5773 =  $\sqrt{1/3}$  ist aber auch das geometrische Mittel aus 1,333 /2=0,666 und 1/2=0,5.  
bzw. Geometrisches Mittel aus 1,333 und 1, geteilt durch 2.

0,666 ist auch 1/ 1,5 und 0,5 = 1 / 2 , arithm. Mittelwert = 1,75 der Volumenfaktor mit max. Pot.,

dy 1,75-1 = 0,75 RL die Step-Position mit maximalem (inverssem) Potential, bzw. und die

zentrierte Perturbationslänge mit Flächenverdoppelung  $q^2=2$  mit maximalem Magnitudenpotential  $> 1/q_0$

Mode 1 und 2, (6) haben hier Magnituden Nodes	Pot = 1,0
Mode 3 und 5	exakt inverses Pot = $q_0$
Mode 4	(Druckbauch bei 0,5714 RL) Pot = Wurzel (1/ $q_0$ )
Mode 7 und 8	inverses Pot = Wurzel ( $q_0$ )

Eine zentrierte Erweiterung dieser Rohrlänge ergibt in der letzten ¼ Wellenlänge = Mode #1 das untere Längenlimit, unter welchem sich auch bei starker Querschnittänderung kein vorzeitiges Pot = 1/ $q_0$  bildet. Das bedeutet: Mit dieser Perturbationslänge hat eine zentrierte Aufweitung den selben Effekt auf den Magnitudenbetrag |Z|in, als wäre der unperturbierte Längenanteil am geschlossenen Ende = 0,5773 RL. Es hat somit keinen Effekt auf die Magnitude, die Auswirkung auf die Frequenz sind aber entgegengesetzt.

Nimmt man jetzt am Beispiel Mode #2 (3 \* ¼ WL a 33,33cm), d.h. Druckknoten bei 0,33 und 1,0m Druckbäuche bei 0,0 und 0,66m:

Ein positiver Borestep bei Position 0,33 RL von 10 auf 11mm = am 1. Druckknoten nach dem geschlossenen Ende ändert die Frequenz nicht, erhöht die Magnitude aber maximal (invers).

Man kann diese Änderung der Geometrie durch einen Borestep mit einer lokalen Perturbation gleichstellen: Eine lokale Perturbation Länge 0,66 RL (2/4 WL), mit Zentrum bei 0,66 RL (4/8 WL von 4/8)=Druckbauch beginnend bei 0,33 RL und endend bei 1,0 RL, mit Erweiterung Durchmesserfaktor um  $q_0=1,1$   
Eine lokale PL = 2 \* ¼ WL bedeutet bei Pitch 1 \* Pot+ - 1 \* Pot- = Pot 0 = Canceling = Pitch Node, und Magnituden Nodes wandeln sich in inverses Pot. (up), das Pot. ist abhängig von der Position (fällt mit Entfernung) zum geschlossenen Ende und dem komplizierten Verhalten der letzten ¼ Wellenlänge, ist so daher sehr schwierig zu bestimmen.

Wir haben bisher:

Borestep bei 1/3 RL: =2/3RL enlarged	Am 1. Druckknoten	Pitch Node, Magnitude inv. up
=Lokale Pert. bei 2/3 RL	PL=2/3RL	Am 2. Druckbauch (letztem)

Betrachtet man die Auswirkungen, die eine gleich lange Perturbation, diesmal aber bei 50% Rohrlänge zentriert ergibt, dann stellt man fest, Beispiel Mode #2:

Mode #2 ist even und zeigt hier bei 50% Rohrlänge inverses Verhalten (Magnitude up mit Enlargement), d.h. mit einer Perturbationslänge von nur 1 \* ¼ WL =0,333 RL ist das Magnitudenpot max. invers (up)

$$dy \quad /3 * 1 \quad = 1/3 \text{ Pot.} \quad \text{von dy max}$$

$$((q_0 - 1)/3) * 1 = 1,1 - 1 = (0,1/3) * 1 = 0,0333 \quad \text{von max. 0,100}$$

(das tatsächlich gefundene Max ist bei Mode #2: 0,333 \* ~1,1 = 0,36 RL)

Bei 2 \* ¼ WL zentriert (enlarged) wäre das Magnitudenpotential als Differenz / Änderung dazu:

$$dy \quad /3 * 2 \quad = 2/3 \text{ Pot.} \quad \text{von dy max.}$$

$$((q_0 - 1)/3) * 2 = 1,1 - 1 = (0,1/3) * 2 = 0,0666 \quad \text{von max. 0,100}$$

Es sind aber ~2,25 \* ¼ WL notwendig um den Magnituden-Nulldurchgang zu erreichen  
= 2,25 \* 0,333 RL = 0,75 RL = zentrierte PL = ¾ RL = ¾ von dy max 0,1 = 0,075  
¼ RL bleiben bei Mode #2 unperturbiert

Bei  $2,25 * \frac{1}{4}$  WL zentriert (enlarged) wäre das Magnitudenpotential als Änderung / Differenz daher:  
 $dy \quad /3 * 2,25 \quad = 3/4 \text{ Pot.} \quad \text{von } dy \text{ max}$   
 $((q_0 - 1)/3) * 2,25 = 1,1 - 1 = (0,1/3) * 2,25 = 0,075 \text{ von max. } 0,1$   
 es folgt:  $dy \quad 0,1 / 0,075 = 1,333 = 4:3 \quad \text{und} \quad 1 / 1,3333 = 0,75 = 3:4!$

Es bleibt eine unperturbierte Restlänge von  $0,75 * \frac{1}{4}$  WL  $(3-2,25); = 0,75 * 0,333 = 0,25$  RL  
 Die unperturbierte Restlänge teilt sich in  $2 * 0,125$  RL = je  $1/8$  Rohrlänge vor und nach der Perturbation.

Nimmt man jetzt als Beispiel **Mode #3** ( $5 * \frac{1}{4}$  WL a 20cm), d.h. Druckknoten bei 0,2 und 0,6 und 1,0m  
 Druckbäuche bei 0,0 und 0,4m und 0,8m:

Ein positiver Borestep bei Position 0,2 RL von 10 auf 11mm = am 1. Druckknoten nach dem geschlossenen Ende ändert die Frequenz nicht, erhöht die Magnitude aber maximal (invers).

Man kann diese Änderung der Geometrie durch einen Borestep gleichstellen mit einer lokalen Perturbation:  
 Eine lokale Perturbation Länge 0,8 RL ( $4/4$  WL), mit Zentrum bei 0,6 RL ( $8/8$  WL von  $10/8$ )=**Druckknoten**  
 beginnend bei 0,2 RL und endend bei 1,0 RL, mit Erweiterung Durchmesserfaktor um  $q_0=1,1$   
 Eine lokale PL =  $4 * \frac{1}{4}$  WL bedeutet bei Pitch  $2 * \text{Pot}+ - 2 * \text{Pot}- = \text{Pot } 0 = \text{Canceling} = \text{Pitch Node}$ ,  
 und Magnituden Nodes wandeln sich 4x in Pot. das Pot. ist abhängig von der Position (fällt mit Entfernung)  
 zum geschlossenen Ende und dem komplizierten Verhalten der letzten  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge, ist so daher  
 schwierig zu bestimmen.

Wir haben bisher:

Borestep bei  $1/5$  RL:  $=4/5$ RL enlarged Am 1. Druckknoten Pitch Node, Magnitude up  
 $=$ Lokale Pert. bei  $3/5$  RL PL= $4/5$ RL Am 2. Druckknoten (vorletztem)

Betrachtet man die Auswirkungen, die eine gleich lange Perturbation, diesmal aber bei 50% Rohrlänge zentriert ergibt, dann stellt man fest, am Beispiel Mode #3:

Mode #3 ist odd und zeigt bei 50% Rohrlänge nicht inverses Verhalten (Magnitude dn mit Enlargement), d.h. mit einer Perturbationslänge von  $1 * \frac{1}{4}$  WL  $=0,2$  RL ist das Magnitudenpot max. dn

.....mit einer Perturbationslänge von  $\sim 4 * \frac{1}{4}$  WL = 0,8 RL

Bei  $4 * \frac{1}{4}$  WL zentriert (enlarged) wäre das Magnitudenpotential als Differenz / Änderung dazu:

$dy \quad /5 * 4 \quad = 4/5 \text{ Pot.} \quad \text{von } dy \text{ max}$   
 $((q_0 - 1)/5) * 4 = 1,1 - 1 = (0,1/5) * 4 = 0,08 \quad \text{von max. } 0,100$

Es sind aber  $\sim 4,3 * \frac{1}{4}$  WL notwendig um den Magnituden-Nulldurchgang zu erreichen  
 $= 4,3 * 0,2 = 0,86$  RL = zentrierte PL = 0,86 von  $dy \text{ max } 0,1 = 0,086$

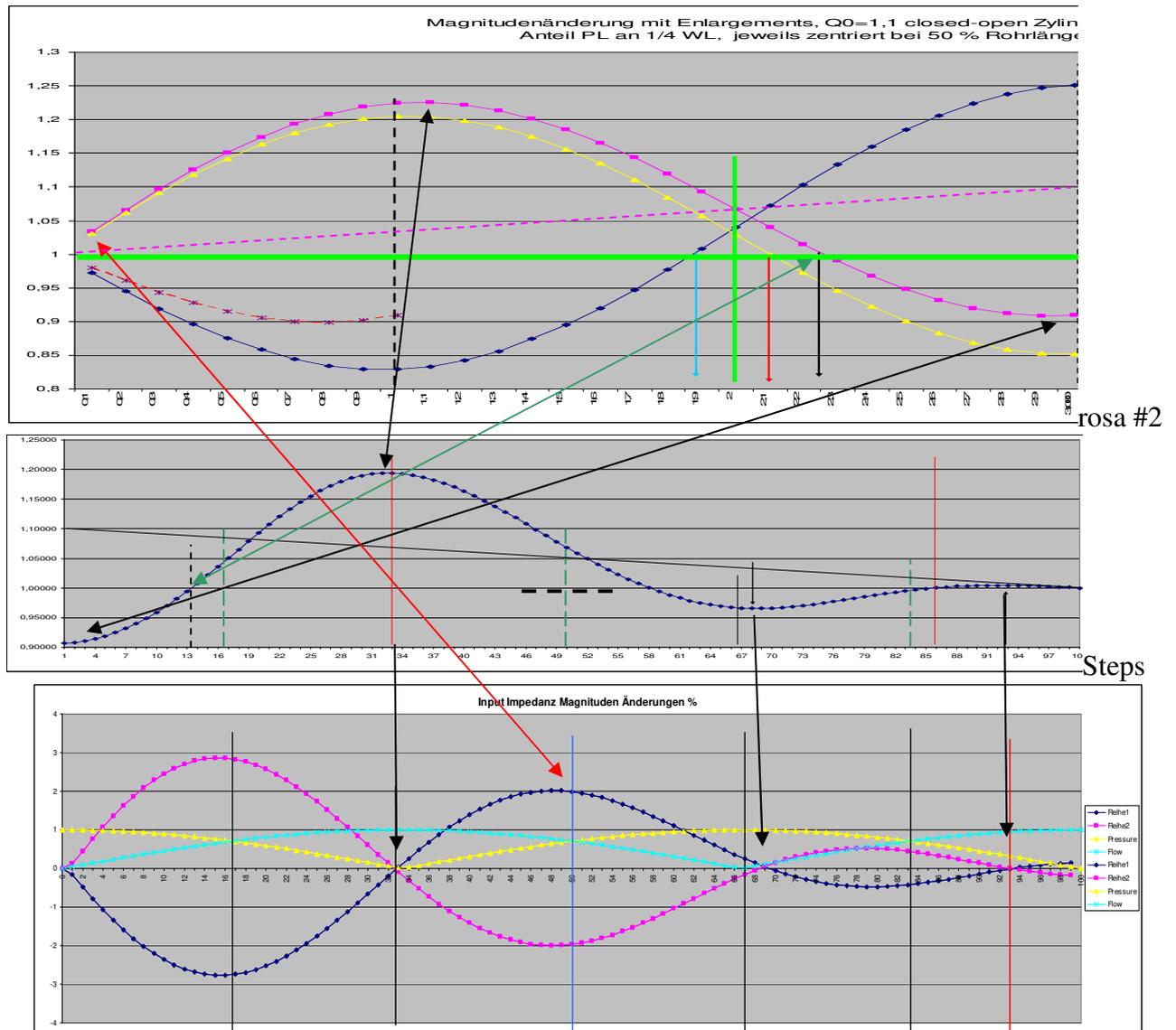
Bei  $4,3 * \frac{1}{4}$  WL wäre das Magnitudenpotential als Änderung / Differenz:

$dy \quad /5 * 4,3 \quad = 6/7 \text{ Pot.} \quad \text{von } dy \text{ max}$   
 $((q_0 - 1)/5) * 4,3 = 1,1 - 1 = (0,1/5) * 4,3 = 0,086 \text{ von max. } 0,1$   
 $0,1 / 0,086 = 1,16 \quad 1 / 1,16 = 0,86!$

0,14 Rest unpert. RL =  $1/7$  RL oder  $0,7 * \frac{1}{4}$  WL Mode 3

Es bleibt eine unperturbierte Restlänge von  $0,7 * \frac{1}{4}$  WL  $(5-4,3); = 0,7 * 0,2 = 0,14$  RL  
 Die unperturbierte Restlänge teilt sich in  $2 * 0,07$  RL = je  $1/14$  Rohrlänge vor und nach der Perturbation.

Zusammenhänge zentrierte Perturbationslängen, Boresteps und lokale Perturbationen < 1/4 WL:  
Am Beispiel Mode #2



lokale Standard Perturbationen, Perturbationlänge = 2% Rohrlänge, Blau = Enlargements, Mode #2

Die hier präsentierten Grafiken sind alles andere als perfekt, aber es soll die Zusammenhänge aufzeigen, die in den vorigen Seiten besprochen wurden.

Viele Phänomene lokaler Perturbationen finden sich in der Borestep – Änderungskurve, andere in zentrierten Perturbationen bestimmter Länge,

Einzelne Boresteps haben immer besondere Attribute: Sie sind jeweils 1/2 Perturbationslänge von einem lokalen Perturbationszentrum entfernt und sie beginnen am geschlossenen Ende, oder aber sie enden am offenen Rohrende.

Ich bin in der Lage, bei lokalen Perturbationen den letzten vorgezogenen Magnituden Nulldurchgang zu beschreiben, ebenso die Position mit max. Magnituden-Pot. innerhalb der letzten 1/4 Wellenlänge:

Lokale Perturbationen am closed-open Zylinder, letzte 1/4 Wellenlänge:

Property:	Diverse Werte gefunden (ART q0=1,1 und berechnet):	Mode1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
<b>observed</b>	<b>vorletzter DK, % RL:</b>		<b>33,333333</b>	<b>60</b>	<b>0,7142</b>	<b>0,77777778</b>	<b>0,81818182</b>
B	Pos RL %	letzter DB vor open End:	0,00001	66,666666	80	85,7142857	88,8888889
~ B+D	Pos RL %	vorletzter Mag Node (ART)	<b>6</b>	<b>69</b>	<b>81,5</b>	<b>87</b>	
2	~ A	letzter Magn Node (ART)	78	93	96	98	
3	Pos RL %	Rohrende = DK	100	100	100	100	100
3	~ D	vorletzter Magn. Node zu DB	<b>6,00</b>	<b>2,33</b>	<b>1,50</b>	<b>1,29</b>	
	~ C	Pos RL %	Magn. Pot (vorletztes, found)	<b>35</b>	<b>79</b>	<b>88</b>	<b>92</b>
		1/8 WL	50	16,666	10	7,142	
	Pos RL %	RL - 1/8 WL =	50	83,334	90	92,858	
			0	1/3*2*100	1/5*4*100	1/7*6*100	1/9*8*100
B		last DB	0	66,666666	80	85,7142857	88,8888889
~ D	Diff cm (bzw. % RL)	<b>Diff DB to Magn Node (ART)</b>	<b>6</b>	<b>2,34</b>	<b>2</b>	<b>1,3</b>	
<b>Math. Model:</b>	<b>last Quarter-Length / QWR:</b>						
Auswahl, Faktor:	<b>0,78867</b>	0,7854 = HR; 0,7812 = Q0=1,1	0,7929 = q0=1,0	1/q0=0,909 = 0,804	Wurzel aus 1/3 = 0,7886..		
1-Auswahl	0,21133	Faktor Rest, Position Faktor open End					
<b>Rest*1 (% RL)</b>	<b>21,133</b>	<b>100 - (Rest / odd Mode #) =</b>	21,1	7,0	4,2	3,0	2,3
A		100 - Rest*1	<b>78,9</b>	<b>93,0</b>	<b>95,8</b>	<b>97,0</b>	<b>98,1</b>
Rest*3	<b>63,399</b>		63,4	21,1	12,7	9,1	7,0
C		100 - Rest*3t = max non inv.Pot	<b>36,6</b>	<b>78,9</b>	<b>87,3</b>	<b>90,9</b>	<b>93,0</b>
	1/4 WL = % RL:		100,0000	33,3333	20,0000	14,2857	11,1111
<b>calc:</b>	<b>Summary:</b>	Mode #:	1	2	3	4	5
	<b>Den letzten Magn. Node kann ich schätzen, die Wahl liegt bei HR - Solution oder Volumen Ansatz anhand 1/q0, bzw. Ergebnis von Boresteps:</b>						
A	Letzer (vorgezogener) Magn. Node bei % RL:		78,9	93,0	95,8	97,0	97,7
B	Letzer Druckbauch bei % RL:		0,0	66,7	80,0	85,7	88,9
C	Das vorletzte, nicht inverse Magn. Pot.		36,6	78,9	87,3	90,9	93,0
	Wo ist dann der vorhergehende Magn. Node ?						
C	0,36601 ist max Magn. Pot, nicht invers		36,6	78,9	87,3	90,9	93,0
A	1 letzter Magn. Node bei % RL		78,9	93,0	95,8	97,0	97,7
A-C	<b>Abstand entspricht Faktor 0,63399</b>		<b>42,3</b>	<b>14,1</b>	<b>8,5</b>	<b>6,0</b>	<b>4,7</b>
	zu kurze Länge Node to Node durch Faktor * 1 = 100% =		<b>66,7</b>	<b>22,2</b>	<b>13,3</b>	<b>9,5</b>	<b>7,4</b>
	wäre der Abstand vom letzten Knoten z vorletztem., aber ...:		12,2	<b>70,7</b>	<b>82,4</b>	<b>87,5</b>	<b>90,2</b>
	ergibt ~ den doppelten Versatz: % RL		12,2	4,1	2,4	1,7	1,4
D	<b>durch 2 = Versatz vorletzter Magn.Node zu DB % RL</b>		<b>6,1</b>	<b>2,0</b>	<b>1,2</b>	<b>0,9</b>	<b>0,7</b>
B+D	vorletzter Magn. Node +DB Pos = magn. Pos= % RL		<b>6,1</b>	<b>68,7</b>	<b>81,2</b>	<b>86,6</b>	<b>89,6</b>
	<b>The Solution is not perfect, but best fit !</b>		Fehler bei vorletztem Magnituden Node = ~ 1 % mit q0 = 1,1.				

Berechnungen sind in: CC Magnituden 8tel Wellen Verteilung V12-11.xls:

Vom letzten Druckbauch bis zum offenen Ende verhalten sich alle höheren Modes bei lokalen Perturbationen < 1/4 WL wie Mode #1:

- B: (noch) inverses Magnituden Potential am letzten Druckbauch.
- B+D: ~6% der letzten 1/4 WL ist der Magn. Node später als der letzte Druckbauch
- A: der letzte vorgezogene Nulldurchgang liegt bei ~ 78,5 % einer 1/4 Wellenlänge, (querschnittabhängig) hier beträgt das Sinus Druckpotential 0,35 von 1, und das entspricht einem Winkel von 70 Grad.
- C: das letzte, nicht inverse Potential liegt wie bei Mode #1 im Mittel bei ~ 35% einer 1/4 Wellenlänge nach dem letzten Druckbauch, hier beträgt das simpel ermittelte Sinus Flusspotential 0,5 von 1,0 und das entspricht einem Winkel von 30 Grad, bzw. entspricht einer Steigung  $0,577... = 1 / \sqrt{3}$ .

## Input Impedanz Magnituden Potential, lokale Perturbationen nicht mehr zentriert:

Perturbationen:  $\frac{1}{4}$  Wellenlängen und geringer zentriert, Zin Magn. Hüllkurven ermitteln:  
Als Beispiel dient  $q_0=1,10 = +10\%$  bzw.  $-9,0909\%$  Durchmesseränderung.  
*Es soll hingewiesen werden, daß die letzte  $\frac{1}{4}$  WL nicht korrekt modelliert wird.*

Würde man eine Xg-Pot HK Linie ziehen, würde sie bei hohen Mode # annähernd passend, wird die PL klein gegenüber Wellenlänge, dann würde sie bei tiefen Modes um so falscher sein.

Das Xg Pot. ist bereits anhand Center-Pos, PL und Sinus Potential daraus ermittelt.  
Möchte ich (mit  $q_0=1,1$ ) eine Enl. HK Linie ziehen, dann +/-Xg Wert =0,1909 bei 0,5 RL:

Odd# und Enlargement ist down, = nach DB mit weniger Pot. als Xg:  $-0,20 / 2 * PL$   
die Hüllkurve ist die untere enl. **die inversen HK up Werte fehlen. -> vor DB mehr Pot.**

Odd# und Constriction ist up = nach DB mit weniger Pot. als Xg:  $-0,17355 / 2 * PL$   
die Hüllkurve ist die obere constr., **die inversen HK dn Werte fehlen. -> vor DB mehr Pot.**

Even und Enl.= **invers** up = vor DB mit mehr Pot. als Xg:  $+0,20 / 2 * PL$   
die Hüllkurve ist die obere enl., **nicht inverse HK dn Werte fehlen. ->nach DB weniger Pot.**

Even und Constr.= **invers** dn = vor DB mit etwas mehr Pot. als Xg:  $+0,17355 / 2 * PL$   
die Hüllkurve ist die untere constr. **nicht inv. HK up Werte fehlen. ->nach DB weniger Pot.**

Die fehlenden inversen Werte liefern bei 50% RL selbst keine Treffer, sondern jeweils nach Druckbäuchen bei allen even# Modes, mit weniger Pot als Xg,  
vor Druckbäuchen bei allen odd# Modes Treffer mit mehr Pot. als Xg.  
Z.b. bei Mode #3 dann bei Center-Pos. 0,3 RL und bei Pos. 0,7 RL. = +/-  $\frac{1}{4}$  WL

Boresize Change ist invers prop. zu Magnitudenpot., aber nur solange  $PL=RL=\frac{1}{4} WL=Mode \#1$ ,  
ansonsten ist bei zentr.  $PL=\frac{1}{4} WL$ , nichts mehr invers proportional zueinander, sondern weicht von einem mittleren geometrischen mittleren Potential (noch) mehr oder weniger ab.

Wird die Perturbationslänge aber viel kleiner als  $\frac{1}{4}WL = 20mm = 10\% * \frac{1}{4}WL$  bei Mode 3,  
dann sind Magn. Änderungen bereits annähernd direkt proportional zueinander=Xg-Pot.

Ich beschreibe **ein Pot**, das nur bei Center 0,5 RL entstehen kann. Das Pot ist  $\sim +/- Xg$  bei **zentrierter** Perturbation =  **$0,5 * Pos Pot * 2 * Xg !!$**  =  $1 * Xg$ . Die Korr. ist aber  $PL * 0,5 * Value$ .

Wir haben  $PL > 0$  und somit eine (wenn auch geringe Abweichung) zu Xg Pot., Mode #3:  
Pos Pot  $0,5 * \sin k * PL$   $k = 2\pi / WL$   $0,8 = 7,853 * PL$   $0,02m = 0,15707 \sin(0,15707) = 0,1564$   
 **$0,5 Pos Pot * 0,1564 \sin Pot = 0,07821 * 2 * Xg Pot$**   $0,1909 = 0,02986$  **Geo Pot =  $\sim +/- 3\%$ .**

Die Korrektur: - odd Mode#, Enl:  $0,5 Pos Pot * PL$   $0,02 = 0,01 * x_{he}$   $0,2000 = 0,002000$   
- **odd Mode#, Constr. .... =  $0,01 * x_{hc}$   $0,1735 = 0,001735$**

Xg Pot +/- Korr =  $X_{dn}$  od.  $X_{up}$   $1 +$  od.  $1 -$  gibt q bzw.  $1/q$  wobei  $q = q$  effektiv **PL & Mode**  
 $1 - [0,02986 - 0,00200 = X_e = 0,02786] = 1 - 0,02786$   $q_{dn} = 0,97214 = 1/q$  ->  $q_e = 1,02865 = 2,86\%$   
 $1 + [0,02986 - 0,001735 = X_c = 0,02812] = 1 + 0,02812$   $q_{up} = 1,02812 = 1 * q$  ->  $q_c = 1,02812 = 2,81\%$   
anstelle Xg Pot + / - 2,97%

**Magnituden Änderungen bei nicht inversem Potential:** (Mode #3: 10%, 50%, 90% RL):

Das Gesamtpotential ergibt sich aus Position, Perturbationslänge u. Querschnittänderung

Das Sinus PL-Potential ergibt sich aus:

Faktor Perturbationslänge = Perturbationslänge / ( 0,25\* Wellenlänge)

Sinus Potential Faktor = Sinus (Faktor Perturbationslänge \* 0,5 pi )

Der Sinus-Potential-Überschuss-Faktor = Sinus Potential / Faktor Perturbationslänge

= Faktor 1,5707 bei unendlich kurzer PL, Faktor 1,0 bei PL=1/4WL, <1 bei PL >1/4, usw.

Mode 3 hat zentriert 15,6% Sinus Potential bei Erweiterung=Xe, Sinus Potential =0,1564

Xg=0,1909 Xg-Pot= Pos Pot 0,5 \*Sin Pot\* 2\*Xg = 0,5 \* 0,1564\* 2 \* 0,1909 = 0,02986

Xhe=0,2000

Die Korrektur: odd Mode#, Enl: 0,5 Pos Pot \* PL 0,02 = 0,01 \* Xhe 0,2 =0,002 Korr.

ergibt 1- [ XgPot - Korr ] (nicht invers erfordert – Korrektur, invers + Korrektur)

$$1 - [ 0,02986 - 0,002 = X_e = 0,02786 ] = 1 - 0,02786 = 0,9721 = 1/q_{\text{Mitte}} \\ = 100\% - 2,7864\%$$

Ich beziehe mich hier auf eine Bore-size Änderung: Bei Enlargement fällt die Magnitude = ein nicht inverses bzw. nenne ich es das natürliche Verhalten:  $1/q_0 = \text{Zin Pot. Mode \#1}$

Alle Modes (odd + even) beginnen mit einem 1. Magnitudenbauch **nicht invers**:

negativ bei Enlargement **bei Position = 1/8 WL nach** dem geschlossenen Ende,

bei ~2/8 WL Position ein ~ Node, bei 3/8 WL inverses Magnituden Potential up, usw.

bei **allen** Modes (odd + even) wird der **letzte** Magitudenbauch **nicht invers** sein = negativ bei Enlargement und bei Position = **1/8 WL vor** dem offenen Ende auftreten.

Odd Modes verhalten sich auch bei 50% Rohrlänge **nicht invers**, also negativ bei Enlargement und zentrierter Perturbation, diese Position liegt immer nach einem Druckbauch und vor einem Druckknoten (bei rund 1/8 WL jeweils Abstand dazu).

Es kann nun das Magnitudenpotential (die linearen Hüllkurvenwerte) der restlichen nicht inversen Magnitudenänderungen berechnet werden, Beispiel odd Mode #3:

1/4 WL Mode #3 = 0,2m 1/8 WL = 0,1m 5\*1/4 WL passen in das 1m Rohr, bzw. 10\*1/8 WL

Pos. Pot:

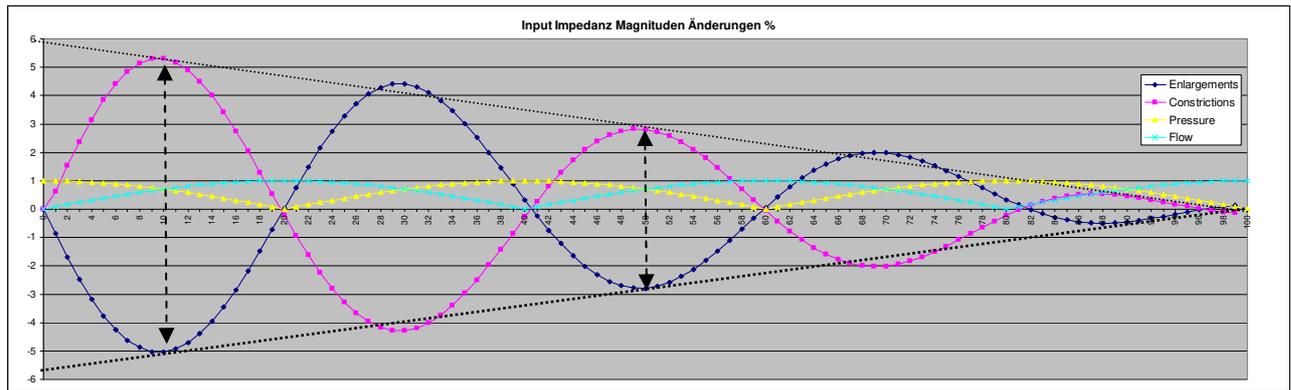
Wert bei Position RL 0,0 = bzw 100% v. max. Pot = -5,57 % Hüllkurvenwert

Wert bei Position RL 0,1 => bzw. 90% = -5,01 % **1.+max Pot dn=1/8 WL**

**Wert bei Position RL 0,5 = bzw. 50% -,- = -2,785% Position = 5/8 WL**

Wert bei Position RL 0,9 => bzw. 10 % v. max. Pot = -0,56 % Position = 9/8 WL

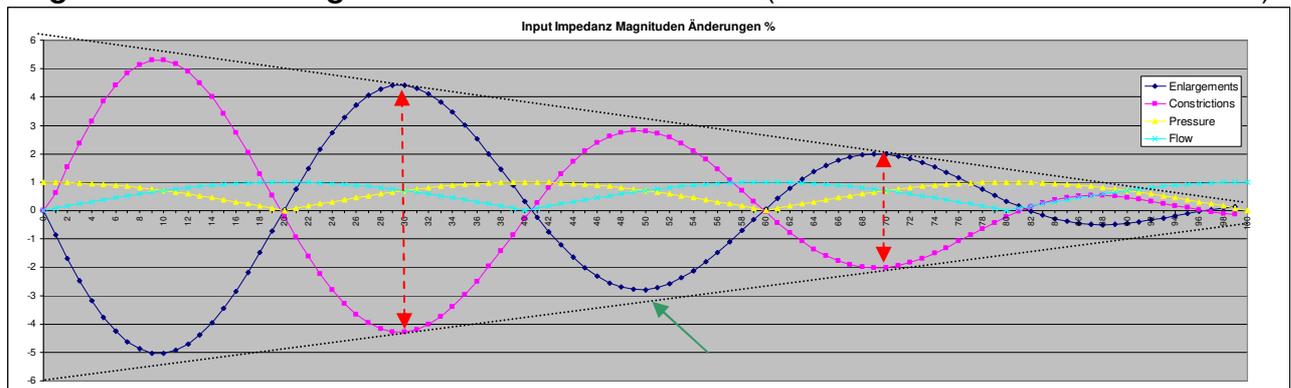
*bei Pos =3/8 WL ergibt sich inverses Potential (hier positiv), detto Pos.=3/8 WL vor RL 1,0 RL Position 1,0 = 10/8 WL vom geschlossenen Ende entfernt.*



Mode #3 und Hüllkurven für nicht inverses Potential = Enlargements negativ, Constrictions positiv. Hier befindet sich bei 50% Rohrlänge eine abfallende Druckbauchflanke = nicht inv. Pot.

Bei zentrierter Constriction, deren Querschnitt Flächenänderung invers proportional zur Erweiterung ist =  $1/q_0$ , zeigt sich ein nicht inverses Potential (schwächer als  $X_g$ ) von +2,81%, der Korrekturwert zu  $X_g$ -Potential ist „best fit“  $X_c = 0,17355$  anstelle  $X_{hc} = 0,1818$   
 Zentrierte Aufweitung ist nicht invers (schwächer als  $X_g$ ), -Korrekturwert  $X_{he}$  gibt -2,786%

**Magnituden Änderungen mit inversem Potential:** (bei Mode #3 --> 30% und 70% RL):



100% Pot	Position: Rohr 30%=70%	Pos.Pot 50%	Rohr 70%=30%	Pos.Pot
+6,3		+4,15		+1,983 (+1,89)
-6,12		-4,284		-2,005 (-1,83)
blau = Rechnung; Rot = Ergebnis ART Simulation. $X_g$ Pot=2,986 %				

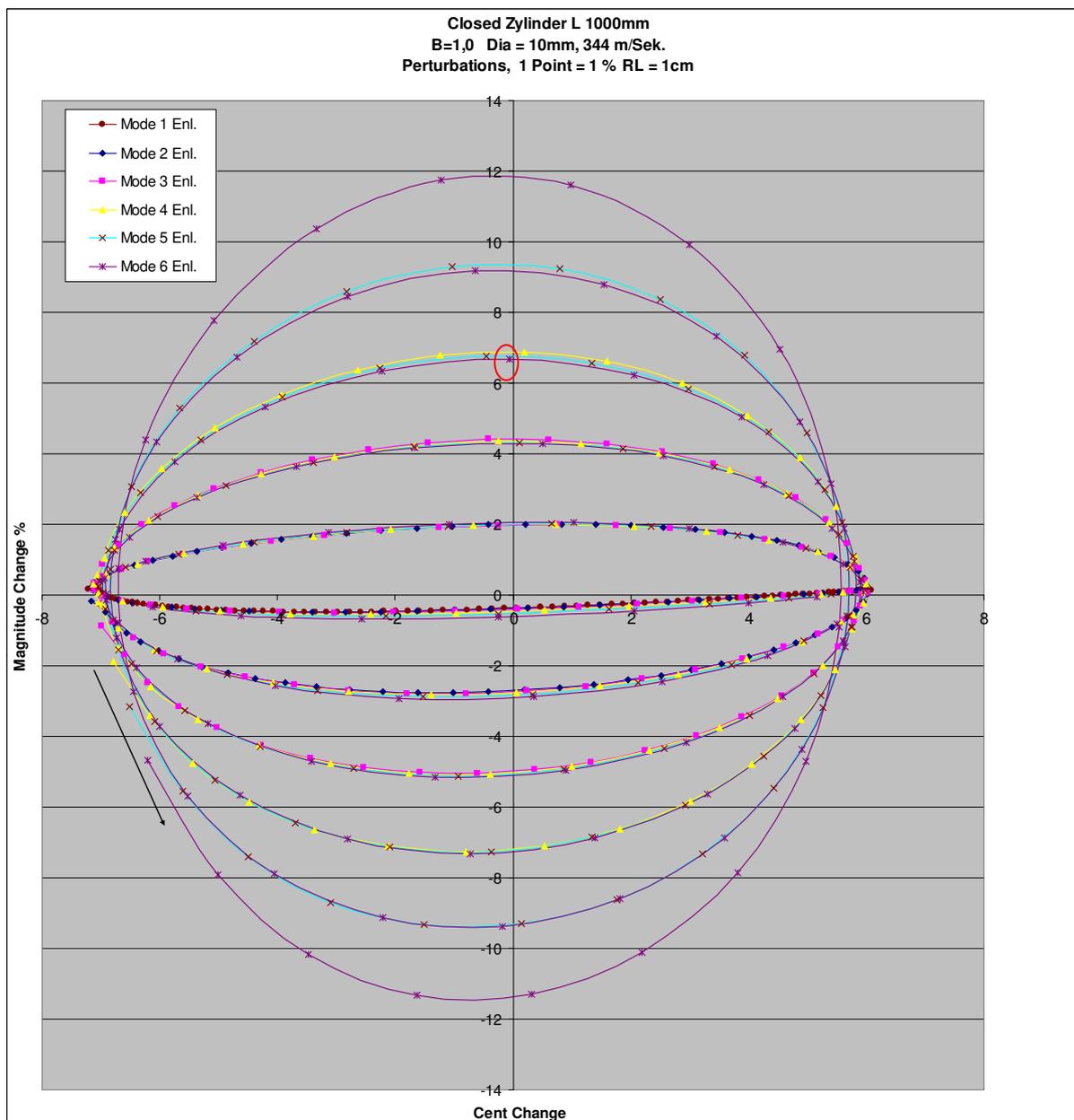
Odd Modes sind bei 50% schwächer, even Modes stärker als XG-Pot; odd Modes haben bei 50% aber kein inverses Pot, das scheint die Näherung schwierig zu machen. Das inverse Pot up mit Enlargements ist bei odd Modes stärker als nicht invers, Constrictions dn allerdings kaum.

Vor allem der (die letzten) inversen Potentialbäuche down nehmen weniger stark ab, was bedeutet, daß die Differenzen gegen Rohrende zunehmend bereits bei tieferen Modes in Richtung annähernd direkt proportional zu inversen Erweiterungen ausfallen und am offenen Rohrende ein Positionspot. = 0 nicht entsteht, was die Sache nochmals verkompliziert.

Es zeigt sich, dass  $X_e$  odd down \*  $q_0 \sim X_c$  odd dn inverses Hüllkurven-Potential  
 $X_e$  odd down  $2,786 * 1,1 = 3,06 \sim X_c$  odd dn für Constrictions, bei 50% RL  
 Leider funktioniert das nicht mit  $X_c$  odd up \*  $q_0$ , es ergibt zu hohe inv. HK Werte für Enlargements.

Kurioserweise ergibt sich aber das Phänomen gleichen Potentials aller Modes an unterschiedlichen Perturbations-Positionen im Rohr (nicht inverses Pot. stimmt dabei immer besser überein):

Ich habe dieses Verhalten bereits bei der letzten  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge und davor im Rohr beleuchtet. Das Kriterium sind die verbleibende Anzahl von  $\frac{1}{8}$  WL nach der Perturbation!

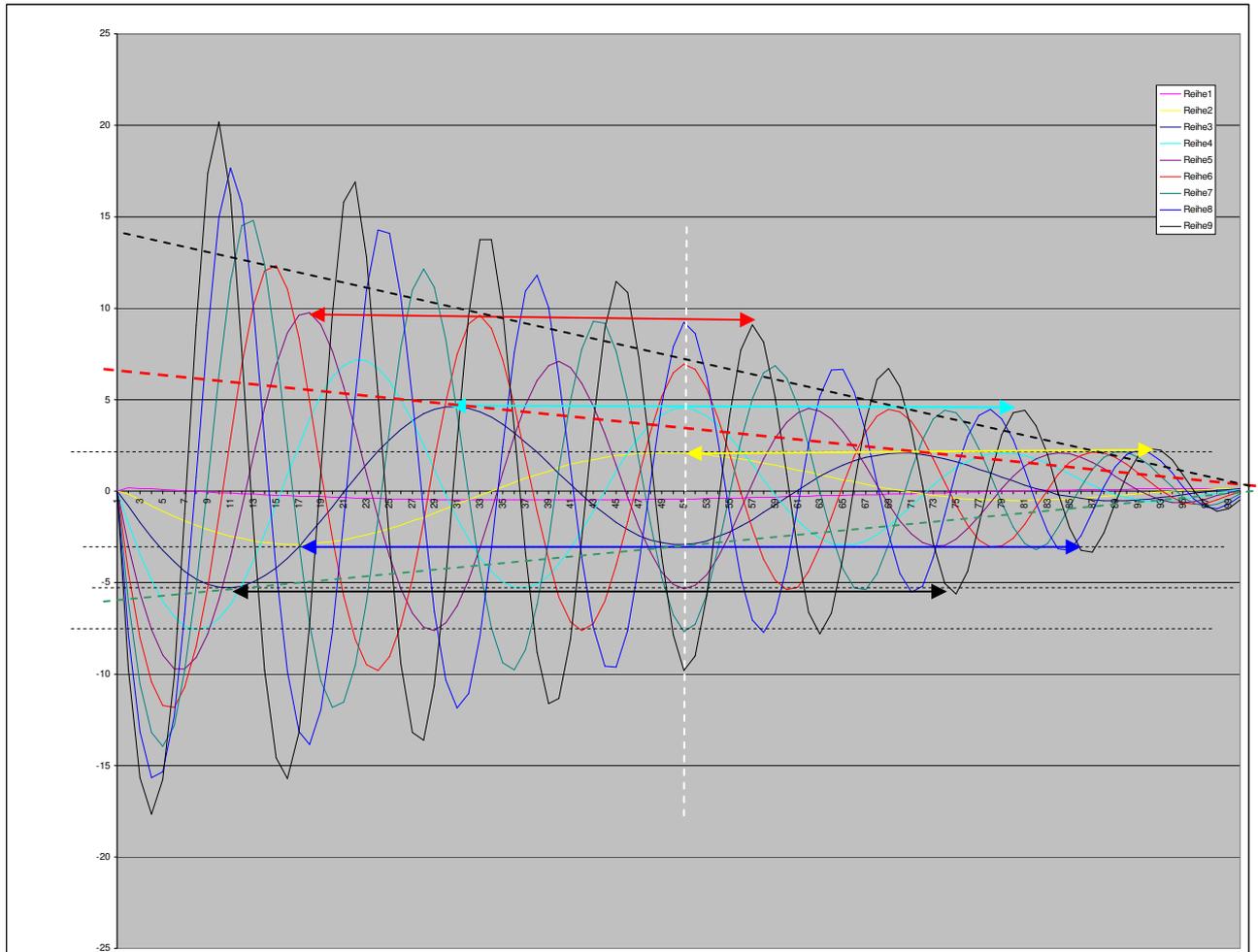


Standard Perturbation  $q_0=1,1$  mit Perturbation Länge 20mm (hier 2% Rohrlänge) inverses Magnituden Potential ist bei Enlargements positiv, nicht inverses Potential ist negativ. Druckbäuche sind hier links, Druckknoten rechts. Closed to open End: gegen den Uhrzeigersinn. Magn. Mode #6: -11,3% nach  $\frac{1}{8}$ WL zu (invers +11,75) nach  $\frac{3}{8}$ WL vom geschlossenen Ende. Pitch Change max.: -7,3 Cent an Druckbäuchen sowie +6,1 Cent an Druckknoten bei Enlargements

**Mode #6:**  $\frac{1}{4}$ WL=90,90 mm, PL-Ratio =0,22; Sinus Pot Faktor =PL \*1,539 -> Sinus Pot X=0,339  
Sin Pot \* Xg 0,1909 = 0,0647 + Korr. Xhe 0,002 = 0,0667; die ART Simulation ergibt 0,0666 bei 50% RL. (Rot markiert).

Jeder Mode hat Mode#-1 inverse Magnitudenbäuche und Mode#-0 nicht inverse Magn. Bäuche. Insgesamt daher je (Mode# \*2) -1 also so viele, wie  $\frac{1}{4}$  Wellenlängenanteile in das Rohr passen.

Jeder Resonanzmode hat somit (Mode # \* 4) -2 Achtel Wellenlängen, die in das Rohr passen.



Std. Perturbation, Enlargements  $q_0=1,1$ ,  $PL=2\%$   $x=$ Centerposition Enlargements,  $y=Zin$  Magn.  $X\%$   
 Wie man sieht ist die Auflösung bei „nur“ 1% Schritten leider schon sehr deformiert.  
 Daher ist es notwendig, analytisch die richtigen mathematischen Formeln und Ergebnisse zu finden.

even Modes	verhalten sich bei 50% RL	invers	Enl.=Magn. up:	Rest=	Pos.Pot:	Sin Pot+	Pot %:
Mode 2	hat seinen	letzten inversen	Magnitudenbauch bei 50% RL	(3/8WL)	0,5	1,568	2,0 %
Mode 3	hat seinen	letzten inversen	Magnitudenbauch bei 70,0% RL		0,3	1,564	2,0 %
Mode 4	.....	inversen	Magnitudenbauch bei 78,5% RL		0,214	1,558	2,0 %
Mode 5	hat seinen	letzten inversen	Magnitudenbauch bei 83,3% RL		0,166	1,550	2,0 %

Alle Modes haben am letzten inv. Bauch selbes Pot. wie Mode #2: +2,00% bei RL 1,0-(3/8 WL)  
 Alle Modes haben am 2. letzten ----,---- (ab Mode #3) wie Mode #4: +4,36% bei RL 1,0- (7/8 WL)  
 Alle Modes haben am 3. letzten ----,---- (ab Mode #5) wie Mode #6: +6,66% bei RL 1,0-(11/8WL)  
 Alle Modes haben am 4. letzten ----,---- (ab Mode #7) wie Mode #8: ~8,87% bei RL 1,0-(15/8WL)  
 bei 50 % RL

Können die inversen Werte gerader Modes bei Center 50% Rohrlänge annähernd exakt ermittelt werden, dann können somit die inversen Werte der ungeraden Modes bestimmt werden, aber immer 3 Mode Nummern geringer als der ermittelte Wert. Mode #5 hat seinen 1. inv. Bauch = 4. letzter bei einem Magnitudenpot. wie Mode 8 bei 50% Rohrlänge (und dessen 4. letzter inverser Bauch).

Im Gegenzug können anhand der nicht inversen Magnitudenböuche ungerader Modes bei 50% Rohrlänge auch alle inversen Magnitudenböuche gerader Modes ermittelt werden:

(Das letzte nicht inverse Potential entspricht ~ Pot Mode #1, dieser hat es allerdings bei ~0,35RL.)  
 d.h. 1,0-1/8WL--> wird zu 1,0 - (0,65\*1/4WL) Pot = -0,4% auf der letzten 1/4 WL im Rohr.  
*bei hohen Modes (#9) steigt es auf -1,2% (\*3)*

Mode #3 hat bei 0,50RL=**1-(5/8WL)=2. letzter** nicht inverser Magn. Bauch ein Pot. von = -2,8%  
 Mode #2 hat bei 0,166 = 1-(5/8WL) ---,--- ~ **dieses selbe Pot. down.**  
 Mode #4 hat bei 0,642 = 1-(5/8WL) ---,--- --,--  
 Mode #5 hat bei 0,722 = 1-(5/8WL) ---,--- usw., *bei hohen Modes steigt es etwas auf -3,2%*

Mode #5 hat bei 0,5 RL = **1-(9/8WL) = 3.letzter** ---,--- ein Pot von -5,13%  
 Mode #3 hat bei 0,1 RL = 1-(9/8WL) -----,----- ~ **das selbe Pot down.**  
 Mode #4 hat bei 0,357 -----,-----  
 Mode #6 hat bei 0,591 -----,----- usw. *bei hohen Modes steigt es etwas auf -5,5%*

Mode #7 ergibt 1-(13/8WL) **4. letzter** nicht inv. Magn. Bauch, Pot -7,39 % bei RL 0,5  
 Mode #9 ergibt 1-(17/8WL) **5. --,--** Pot -9,4 % bei RL 0,5

hier ergibt sich mit Mode #9 ~ selbes Pot wie das 1. nicht inverse Pot von Mode #5  
 ab Mode #6 würden also schon die nicht inversen sowie inversen 1. Hüllkurvenwerte fehlen;  
 bei even Modes #6 und aufwärts könnten zwar die Werte für doppeltes Pot. bei RL0 erhalten,  
 der nicht inverse Wert #1 fehlt aber und bei Mode #8 bereits alles bis zur Pos. RL 0,5 zur Gänze.

Mode 6: +6,66% \*2 =13,3% bei RL0, 1. inv. Bauch bei 0+3/8WL von 22 \*(1/8 Wellenlängen)  
 =1/22=0,004545\*3 (Achtel WL für 1. inverses Magnituden Potential) = 0,1363 Position zu RL.  
 Pos. Pot = 1,0-0,1363 =0,864 \* Pot RL0 wäre 11,5% (ART Sim. ergibt gering größer ~11,8%)

Mode # bei RL 0,5:	#1	<b>#2</b>	<b>#3</b>	<b>#4</b>	<b>#5</b>	<b>#6</b>	#7	#8	#9
inv. Pot: RL 1,0-		<b>3/8WL</b>	<b>7/8WL</b>	<b>11/8WL</b>			15/8WL		
		+2,0%	+4,36%	+6,66%			+9,5%		-->**
letzte inverse #		1.	2.	3.			4.		
D.h. RL 1,0-	<b>(0,65*1/4WL)</b>	<b>5/8WL</b>	<b>9/8WL</b>				13/8WL		17/8WL
nicht inv.Pot:	-0,4%	-2,8%	-5,13%				-7,39%		-9,4%
letzte nicht inv. #	1.	2.	3.				4.		5.

-->\*\* Sinus – Perturbationslängen Potential beginnt spürbar zu bremsen, Überproportionales Magn. Pot. nimmt mit jeder höheren Mode Nummer ab.

D.h. alle Modes > #1 haben mit Enlargements (inv. Magn. Pot = up) wie Mode #  
 am letzten inversen Magnituden Bauch, bei Pos = (1,0)- 3/8 WL +2,0% Pot #2 bei 50%  
 am letzten nicht inversen Magnituden Bauch, bei Pos = (1,0)- 5/8 WL -2,8% Pot #3 bei 50%  
 am 2. letzten inversen Magnituden Bauch, bei Pos = (1,0)- 7/8 WL +4,36% Pot #4 bei 50%  
 am 2. letzten nicht inversen Magnituden Bauch, bei Pos = (1,0)- 5/8 WL -5,13% Pot #5 bei 50%

Man könnte das auch umdeuten: Bei unveränderter Perturbationslänge und Querschnittänderung  
 -> Diese Variante funktioniert nur mit kleinen Modenummern und Perturb. Längen < 1/8 WL.

das 1. nicht inverse Pot Mode #1=2. Pot Mode #2 (mit Einschränkungen...)

das 1. nicht inverse Pot Mode #2=2. Pot Mode #3 = 3. Pot Mode #4, usw

das 1. nicht inverse Pot Mode #3=2. Pot Mode #4 = 3. Pot Mode #5, usw.

das 1. nicht inverse Pot Mode #4=2. Pot Mode #5 = 3. Pot Mode #6 =4. Pot Mode #7 bei 50% RL

das 1. inverse Pot. Mode #2 = 2. Pot Mode #3 = 3. Pot Mode #4, usw.

das 1. inverse Pot. Mode #3 = 2. Pot Mode #4 = 3. Pot Mode #5, usw

das 1. inverse Pot. Mode #4 = 2. Pot Mode #5 = 3. Pot Mode #6 = bei 50% RL

Das 1. (n. inverse) Pot TL Mode #2 ist = 3. Pot TL #3 5. Pot TL #4 7. Pot TL #5

Das 2. (inv.) Pot TL #2 ist = 4. Pot TL #3 6. Pot TL #4 8. Pot TL #5

Das 1. (nicht inverse) Pot TL Mode #2 ist das 3. von 3 TL (von hinten gezählt)

Das 3. (nicht inverse) Pot TL Mode #3 ist das 3. von 5 TL -,-, 1 - 3 - 5

Das 5. (nicht inverse) Pot TL Mode #5 ist das 3. von 9 TL -,-,

Das 2. (inverse) Pot TL Mode #2 ist das 2. von 3 TL (von hinten gezählt) 1 - 2 - 3

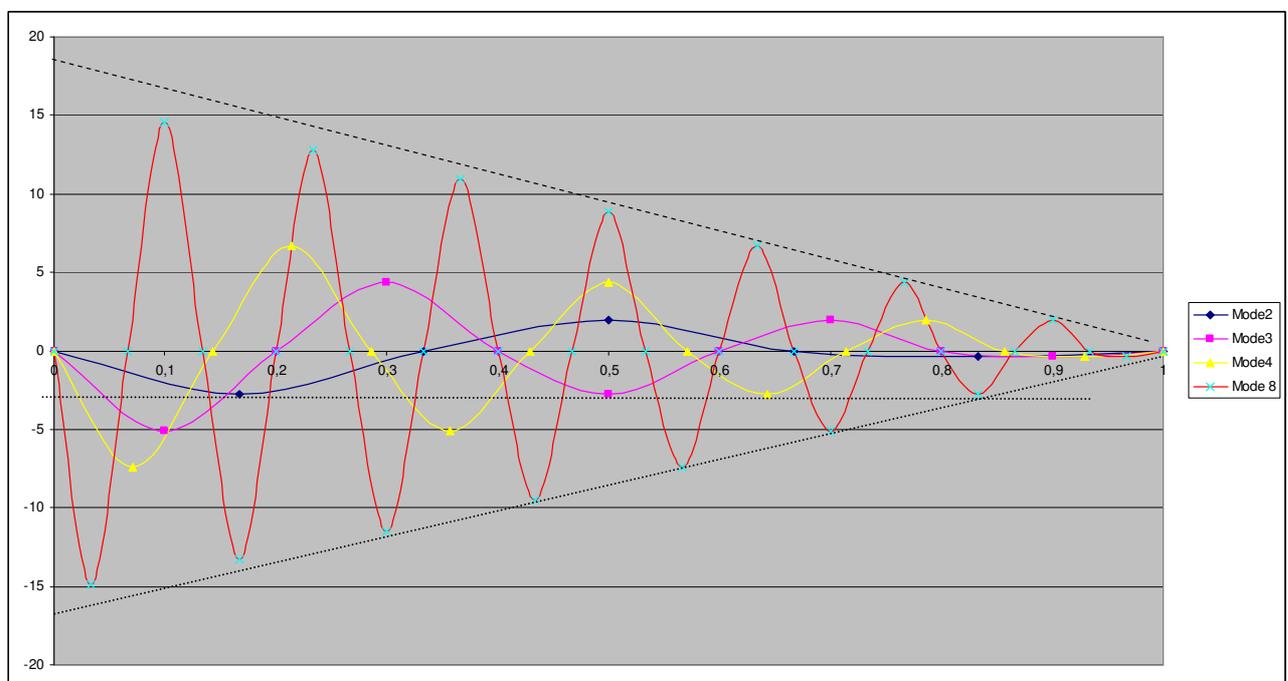
Das 4. (inverse) Pot TL Mode #3 ist das 2. von 5 TL -,-,

Das 6. (inverse) Pot TL Mode #5 ist das 2. von 9 TL -,-,

Das 3. (nicht inverse) Pot TL Mode #2 ist das 1. von 3 TL (von hinten gezählt)

Das 5. (nicht inverse) Pot TL Mode #3 ist das 1. von 5 TL -,-,

Das 7. (nicht inverse) Pot TL Mode #5 ist das 1. von 9 TL -,-,



Enlargements, PL=20mm, die Werte sind hier durch „Excel“-Splinekurven verbunden, (nicht Sinus), anhand der Methode gleiches Pot bei 3/8, 5/8 WL usw. vom Ende.

Die 1. Magnitudenbäuche werden von höheren bei 0,5 RL genommen; Hier 1. inverser Bauch mit Sinus Potential von Mode #14 (27/8). Das so ermittelte Pot. **am Beginn ist daher zu gering.**

Ev. könnten wie angeführt bei höheren Modes als Startwerte bei RL 0 das 2fache des Potentials bei RL 0,5 genommen werden, allerdings sollte es eine weitere Möglichkeit geben, indem die Formeln, die für Magnitudenpotential bei 0,5 Rohrlänge gefunden wurden entsprechend angepasst werden:

### Enlargements, inverses Magn. Pot = up:

Korrekturwerte: <b>3/8 WL</b> unperturbiert nach der Perturbation: Die Korr. fällt mit Entfernung!							
(0+)Xg + Korr	PL/RL	*RL-Pos	*Xhe=Korr.	Pos:			
	0,02	0,500	0,2	=0,00200 bei	<b>50,0%</b>	<b>Mode 2</b>	invers = + Korr.
odd	0,02	0,300	0,2	=0,00120 bei	70,0%	Mode 3	<b>invers = + Korr.</b>
	0,02	0,215	0,2	=0,00086 bei	78,5%	Mode 4	invers = + Korr.
odd	0,02	0,167* 0,2		=0,00067 bei	83,33%	Mode 5	<b>invers = + Korr.</b>
	0,02	0,136	0,2	=0,00054 bei	86,4%	Mode 6	invers = + Korr.

ergibt:

Mode	unpert. cc	Pert Center	unpert. oc:	Pos.Pot	PLSin-Pot	2Xg=0,3818	+Korr=:
2	3/8 WL-1cm	<b>0,500</b>	3/8 WL-1cm	<b>0,500</b>	* 0,0941	0,01790	+0,00200 = 1,996 %
3	7/8 WL-1cm	<b>0,700</b>	3/8 WL-1cm	0,300	* 0,1564	0,01791	+0,00120 = 1,911 %
4	11/8 WL-1cm	<b>0,785</b>	3/8 WL-1cm	0,215	* 0,218	0,01789	+0,00086 = 1,875 %
5	15/8 WL-1cm	<b>0,833</b>	3/8 WL-1cm	0,166	* 0,2789	0,01777	+0,00067 = 1,844 %
6	19/8 WL-1cm	<b>0,864</b>	3/8 WL-1cm	0,136	* 0,3387	0,01758	+0,00054 = 1,812 %

bei unperturbierter Restlänge = 7/8 WL nach der Perturbation ergibt sich inverses Pot = Mode #4 bei 7/8WL = Mode #4 bei 50% Rohrlänge,

(0+)Xg + Korr	PL/RL	*RL-Pos	*Xhe=Korr.	Pos:			
	0,02	0,500	0,2	=0,00200 bei	<b>50,0%</b>	<b>Mode 4</b>	invers = + Korr.
odd	0,02	0,700	0,2	=0,00280 bei	30,0%	Mode 3	<b>invers = + Korr.</b>
odd	0,02	0,388* 0,2		=0,00155 bei	61,1%	Mode 5	<b>invers = + Korr.</b>

ergibt:

Mode	unpert. cc	Pert Center	unpert. oc:	Pos.Pot	PLSin-Pot	2Xg=0,3818	+Korr=:
3	3/8 WL-1cm	<b>0,700</b>	7/8 WL-1cm	0,7	* 0,1564	0,0418	+0,00280 = 4,45 %
4	7/8 WL-1cm	<b>0,500</b>	7/8 WL-1cm	0,5	* 0,218	0,0416	+0,00200 = 4,36 %
5	11/8 WL-1cm	<b>0,611</b>	7/8 WL-1cm	0,388*	0,2789	0,0413	+0,00155 = 4,29 %

11/8 WL unperturbiert nach der Perturbation:

Enlargements, inverses Magn. Pot = up: Pot. Soll = ~7%: ( Mode #6)

Korrekturwerte:

(0+)Xg + Korr	PL/RL	*RL-Pos	*Xhe=Korr.				
	0,02	0,5000	0,2	=0,00200 bei	<b>50,0%</b>	<b>Mode 6</b>	<b>invers = + Korr.</b>
odd	0,02	0,6112	0,2	=0,00244 bei	38,88%	Mode 5	<b>invers = + Korr.</b>
	0,02	0,7858	0,2	=0,00314 bei	21,42%	Mode 4	<b>invers = + Korr.</b>

ergibt:

Mode	unpert. cc	Pert Center	unpert oc:	Pos.Pot	*PLSin-Pot*	2Xg=0,3818	+Korr=:
6	11/8 WL-1cm	<b>0,5000</b>	11/8 WL-1cm	<b>0,5000</b>	0,3387	= 0,06465	+0,00200 = 6,66 %
5	7/8 WL-1cm	<b>0,3888</b>	11/8 WL-1cm	0,6111	0,2789	= 0,06507	+0,00244 = 6,75 %
4	3/8 WL-1cm	<b>0,2142</b>	11/8 WL-1cm	0,7858	0,2181	= 0,06543	+0,00314 = 6,86 %

bei Mode #4 ist es das 1. und max. inverse Pot (up)



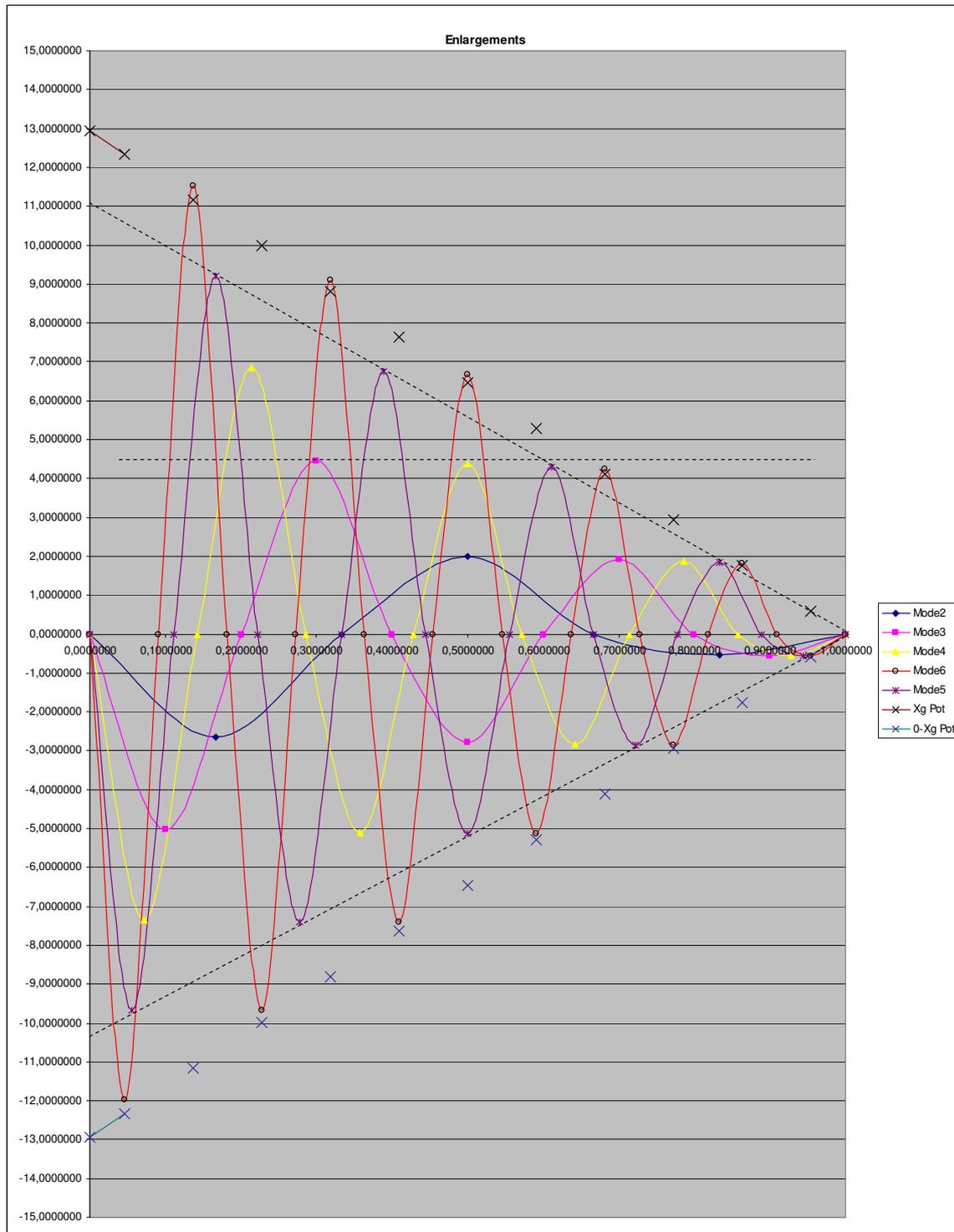
Es folgt daraus die Berechnung des Magnitudenpotentials  $Z_{in}$ , mit Perturbationscenter  $=x$   
*Die Abweichungen der letzten 1/4 Wellen Strecke am offenen Ende sind nicht berücksichtigt!*

Wenn  $\sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x < 0;$

$$DZ_{in}(x) = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x * DZ_{in}(x) - \quad \text{für Potential nicht invers down,}$$

sonst

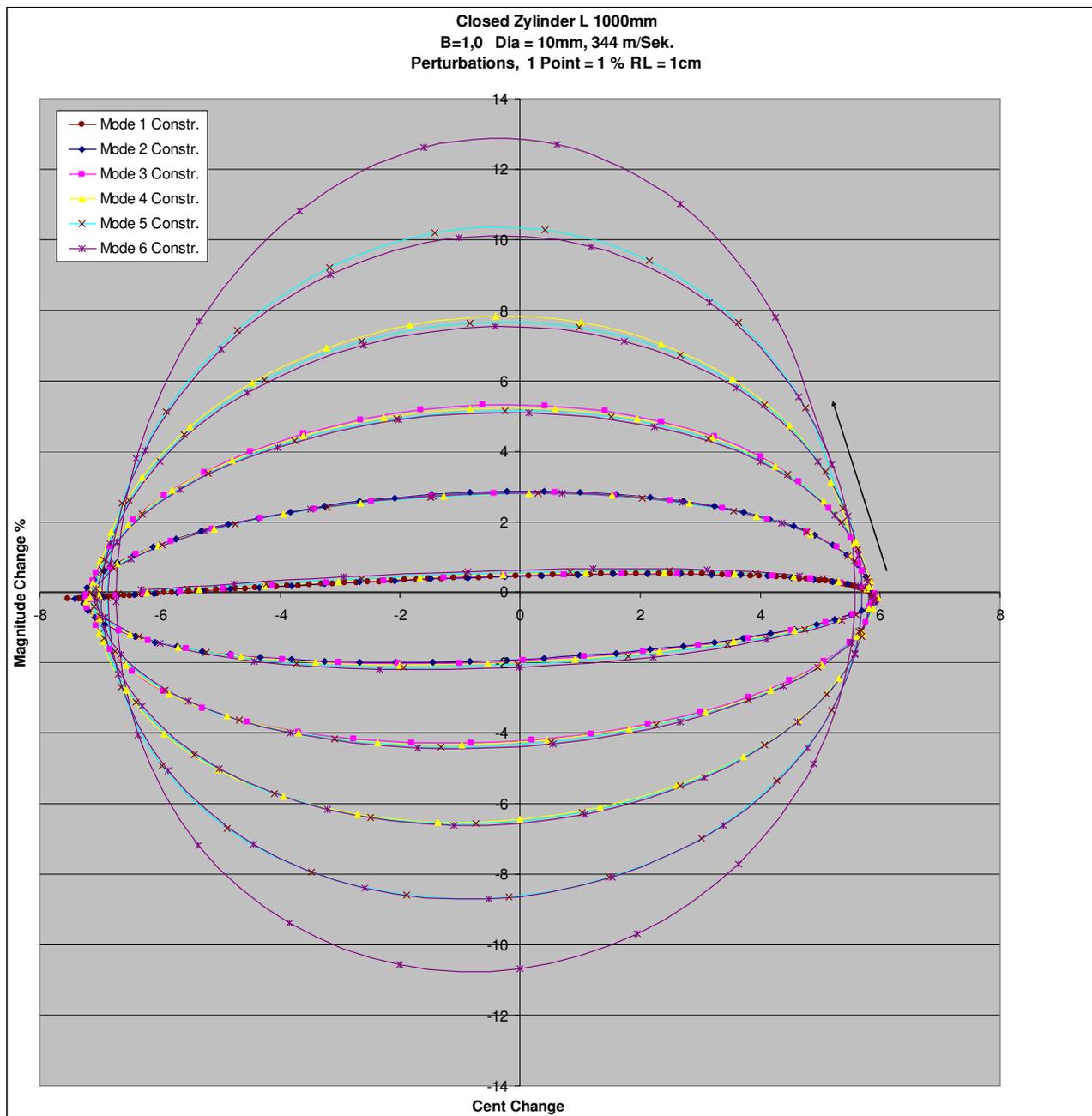
$$DZ_{in}(x) = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x * DZ_{in}(x) + \quad \text{für Potential invers up.}$$



Hüllkurvenwerte mit angepasster Formel für Magn. Pot. bei jeder beliebigen Position, \*100=%  
 Die Werte sind hier mit Splines verbunden. (Xg Pot. ist hier für Mode 6 eingetragen.)

Es fehlen noch Constrictions:

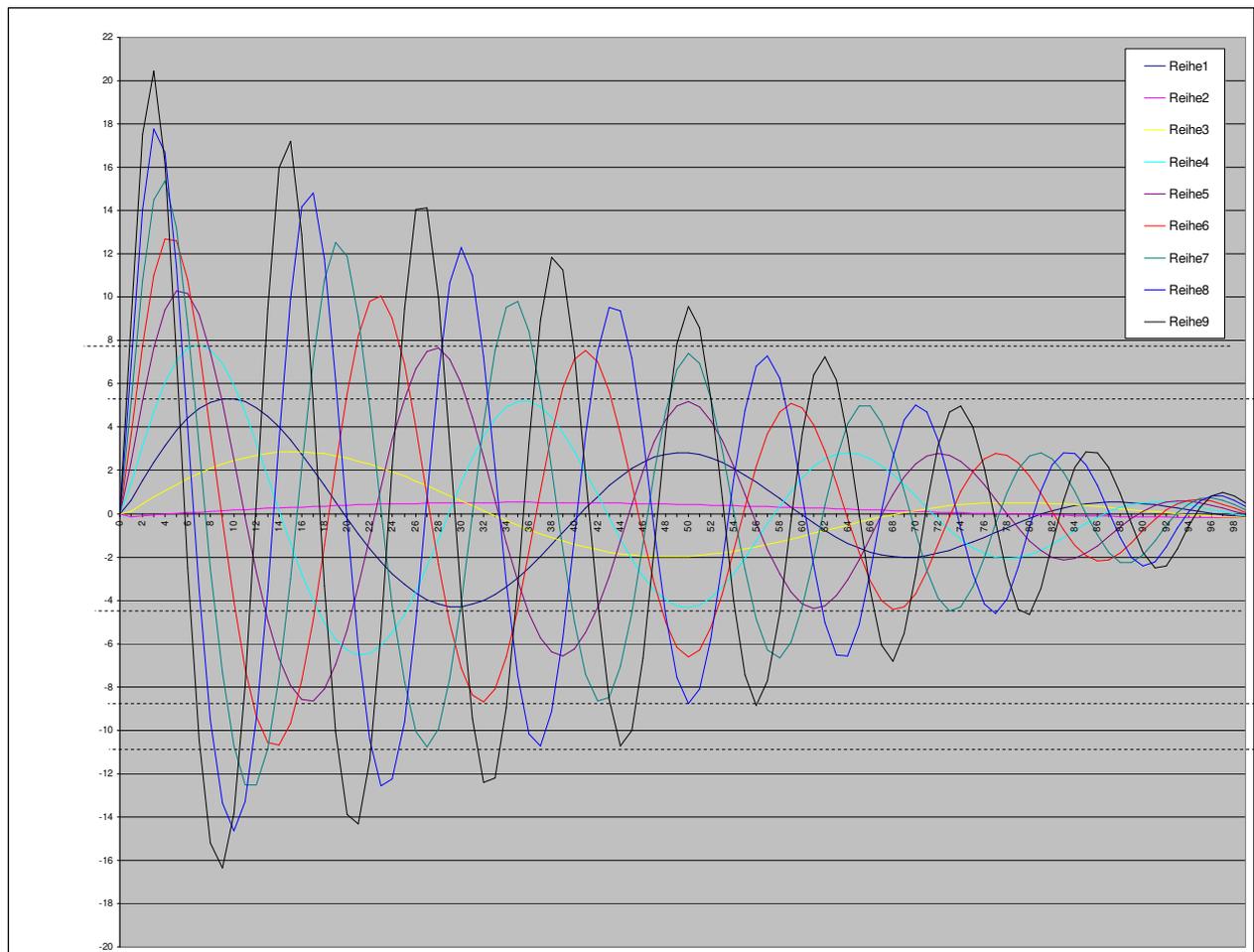
Invers proportionale Constrictions zu  $q_0=1,1 = 1/q_0=0,90909$  Rohr 1m, Dia 10, PL=20mm, Loss Faktor 1,1 und Temperatur 23° Celsius. Ergebnisse aus ART Simulation 2023.



invers prop. Constrictions  $1/q_0=0,90909$  Druckbäuche sind rechts, Druckknoten links.  
 inverses Potential ist negativ, dn nicht inverses Potential ist positiv, up

Das nicht inverse Pot. up durch Constrictions weicht bei hohen Modes am stärksten ab.  
 Mode #5 Hier ist der 1. Bauch up ist etwas stärker als Mode #6 2. Bauch up.  
 genauso ist jeder 1. Bauch up immer geringfügig stärker als der 2. Bauch des nächst höheren Modes. Das ist auch bei Enlargements so, dort invers, d.h. immer bei Magnituden-Erhöhungen.

Ergebnis ART Simulation, in 1% Schritten:



Magnituden Potential in % mit Std. Perturbationslänge 20mm, invers prop. Constrictions, q=0,90909

**Berechnung:**

$$\begin{aligned}
 DZin(x)=0- & \quad ((2 X_g * \sin(PL \text{ Pot} )) + (X_c * PL) * \text{Pos.Pot} ) \quad \text{für Constr..} \quad \text{invers (dn).} \\
 DZin(x)=0+ & \quad ((2 X_g * \sin(PL \text{ Pot} )) - (X_c * PL) * \text{Pos.Pot} ) \quad \text{für Constr. nicht invers (up)}
 \end{aligned}$$

Da + und - Werte nicht erforderlich sind, folgt, das Pot.  $DZin(x) \pm =$

$$\begin{aligned}
 DZin(x)- & = (2 X_g * \sin(PL \text{ Pot} )) + (X_c * PL) * (1-x) && \text{Constr.} \quad \text{invers (dn).} \\
 DZin(x)+ & = (2 X_g * \sin(PL \text{ Pot} )) - (X_c * PL) * (1-x) && \text{Constr. nicht invers (up)} \\
 & \quad \text{PL Anteil } \frac{1}{4} \text{ WL} && \text{PL / RL Anteil}
 \end{aligned}$$

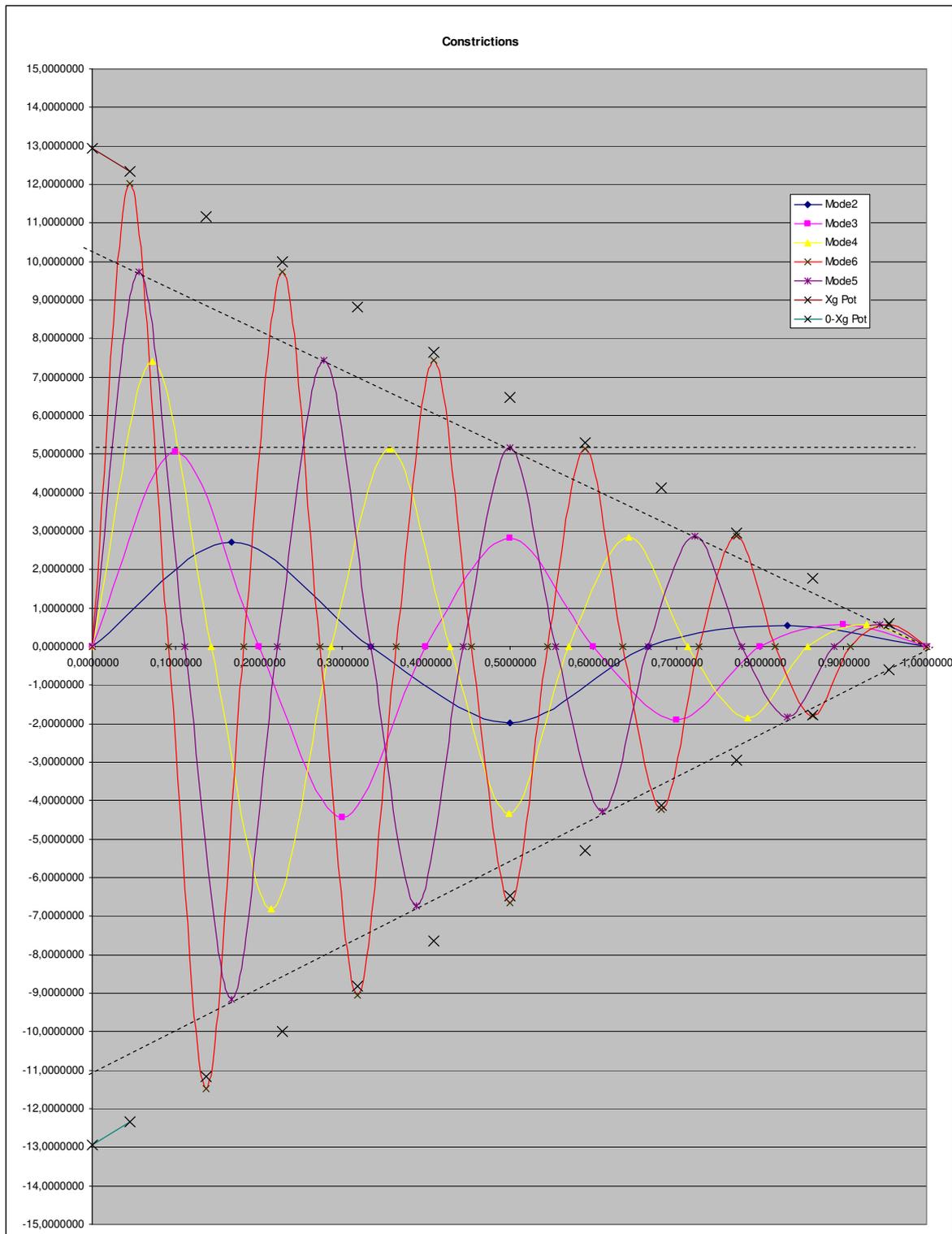
$x =$  Perturbationszentrum = Faktor (Abstand Perturbationszentrum vom closed End / Rohrlänge)  
 Pos. Pot. =  $1-x$

Es folgt daraus die Berechnung des Magnitudenpotentials  $Zin$ , bei Perturbationscenter  $x =$

$$\begin{aligned}
 \text{Wenn } \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x < 0; & \text{ Magnitudenänderung } Zin(x) = \\
 DZin(x) = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x * DZin(x)- & \quad \text{für Potential} \quad \text{invers dn,} \\
 \text{sonst} & \\
 DZin(x) = \sin [ 2k \text{ von } (2n-1) * x * DZin(x)+ & \quad \text{für Potential nicht invers up.}
 \end{aligned}$$

*Die Abweichungen der letzten 1/4 Wellen Strecke am offenen Ende sind nicht berücksichtigt!*

Ergebnisse Berechnung:



Hüllkurvenwerte mit angepasster Formel für Magn. Pot. bei jeder beliebigen Position, \*100=%  
 Die Werte sind hier mit Splines verbunden. Xg-Pot ist hier für Mode #6 eingetragen.

Wie bereits erwähnt ist bei Constrictions der Korrekturwert Xc ein „Best All Fit“ Kompromiß.  
 Hohe Modes sind zu Beginn etwas zu gering ermittelt, da der Korr. Wert hier schon zu groß ist.

**Querschnitt-Potential Zylinder – Concept IQ – Pitch:**

Potential von Enlargements +Xe und Constrictions -Xc: *q0e und q0c sind unterschiedlich*

Boresize 10mm; q0e=1,1, q0e <sup>2</sup> = 1,21	Xe=0,2100		
<b>A:</b> q0c 0,909 <sup>2</sup> = 0,8264	0,8264-1,0 = Xc -0,1736	-Xc << +Xe	inv. prop. Fläche
<b>B:</b> q0c 0,888 <sup>2</sup> = 0,7900	0,7900-1,0 = Xc -0,2100	-Xc = +Xe	selbe Flächendiff.
<b>C:</b> q0c 0,900 <sup>2</sup> = 0,8100	0,8100-1,0 = Xc -0,1900	-Xc < +Xe	selbe Dia-Diff.

Enlargement: +Xe = 1\*q0e<sup>2</sup>-1      Constriction: -Xc = 1/(q0c<sup>2</sup>-1)      X=0 unperturbiert.

**Pitch Querschnitt-Potential:**

Hal #2, 1m Rohr, Pert. Länge 2%, Mode #2, Pot Geo Faktor 1,0 = k der Diff.Länge = **-0,01976**

**A: ist -Xc invers prop. kleiner**, haben Constriction geringere Durchmesser Differenz (schwächer) 1/q0 Enlargement 9,09mm für ein ~ gleiches mittleres Änderungspotential bei Magnituden.  
 Xc=Xe/q0e<sup>2</sup> = **0,1736**      Xe 0,21 / Xc 0,1736 = **1,21 = q0e<sup>2</sup>**  
 Xg=Xe/q0 = 0,190909      = Geomittel, mittleres Potential Magnituden up/dn.

Enl. 10 auf 11:      Xe = +0,21000 **Geo an DB: -0,01976 = 1,0** /q0<sup>2</sup> um DK **+0,01635** /1,21  
 Constr. 10 auf 9,090 Xc = -0,17355 **/q0<sup>2</sup> an DB: +0,01633** /1,21 **Geo um DK -0,019725**  
 Xe 0,21 / Xc 0,1736 = 1,21 = q0e<sup>2</sup>

**dann ist Pitch-Potential**

an Druckbäuchen DB	Constr. up Geo /q0 <sup>2</sup> (+0,826)	Enlargements dn Geo	(-1,0)
<b>um Druckknoten DK</b>	Constr. dn Geo	(-1,0)	Enlargement up Geo/q0 <sup>2</sup> (+0,826)

Pitch-Versatz down:

dh. Pot up 1,0 /q0<sup>2</sup> = 0,8264 + Pot down 1,0 = TL 1,8264 / 2 = Mittelwert 0,91  
 Pot down - 1,0 + Mittelwert 0,913 = -0,087 Pitchversatz down (Faktor vom Max. Wert down).

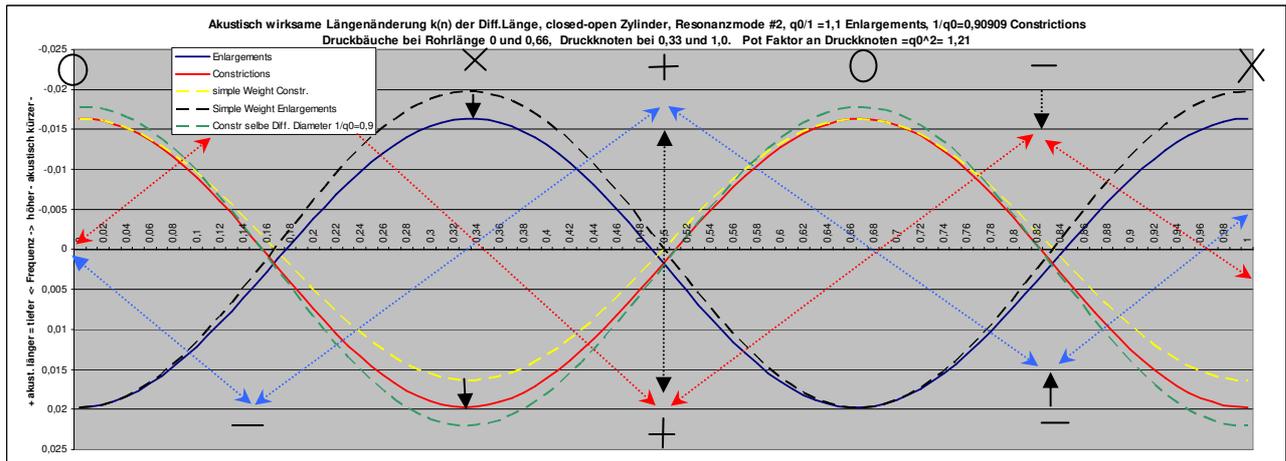
**B: Ist -Xc gleich stark Xe**, so haben Constrictions eine größere Durchmesser Differenz (stärker): q0c Constr. größer für selbe Flächendifferenz, dann ergeben sich die größten Unterschiede um DK, das Ungleichgewicht ist q0<sup>4</sup>.

Enl. 10 auf 11mm: Xe = +0,21 Geo=**max/q0e<sup>2</sup> an DB: -0,01976** **min um DK +0,01635** /1,21  
 Constr 10 auf 8,888.. Xc= -0,21 Geo=**max/q0c<sup>2</sup> an DB: +0,01976** **max um DK -0,02496 \* 1,266**  
 q0<sup>2</sup> TL = 1,2376      q0 TL ~ 1,1124      q0 TL<sup>4</sup> = 1,531      = min DK \* q0 TL<sup>4</sup>  
 inv prop. Enl. = q0pe 1/0,888 = 1,125 ^2 = 1,266      = Geo \* q0pe<sup>2</sup>

<b>Pot an Druckbäuchen DB</b>	<b>nun gleich stark</b>	<b>Geo</b>	<b>Pitchpot</b>	<b>bleibt</b>	<b>+/-1,0</b>
um Druckknoten DK	Enlargements weniger	Geo/q0e <sup>2</sup>	Pitchpot	up	+0,8264
8,88mm <b>-0,21</b> DK	Constrictions mehr	Geo*q0pe <sup>2</sup>	Pitchpot	down	>-1,266

**C: ist -Xc kleiner**, = Constriction mit selber Durchmesser Differenz  
 9,00mm **-0,19** dann siehe Ergebnisse div. bisheriger Auswertungen,  
 Xe 0,21 / Xc 0,19 = 1,105.. ~q0<sup>4</sup>

Enl. 10 auf 11:      Xe = +0,21      Geo = **an DB: -0,01976 = 1,0** **min um DK +0,01635** /1,21  
 Constr 10 auf 9,000 Xc= -0,19      an DB: **+0,01784**      max um DK **-0,02200 \* 1,23**  
 max / min ~ 1,105      max / min ~ 1,3455  
 q0<sup>2</sup>TL = 1,2222      q0 TL = 1,1055



Querschnitt-Pot: max. Frequenz-Erhözung ist Faktor  $1/q^2$  (schwächer) als Frequenz-Vertiefung, wenn die Querschnittflächenänderungen zueinander invers proportional sind.  
 Grün strichliert: wenn gleiche Durchmesser-Differenz bei Einengung höheres Pitch Pot down.

0 = Druckbauch, X = Druckknoten, + = mehr Magn. Potential Total, - = weniger Magn. Pot. TL

**Pitch – Querschnitt-Potential:**

An Druckknoten ist weniger Erhöhungspotential, detto auch an Druckbäuchen =Pitchversatz down.  
 An Druckbäuchen ist sie durch die unterschiedliche Flächenänderung  $1/q^2$  bereits vorgeben, an Druckknoten „schiebt“ sich das Potential in die selbe Richtung Vertiefung, je stärker  $q^2$  ist.

Erhöhung Pitch ist TL max anhand  $\sin PL * Xe / q0$ , ->geringer, je höher Flächenänderung.  
 Vertiefung Pitch ist TL max. anhand  $\sin PL * Xe / 1$  --->max. Ausgangswert = Geowert. Faktor 1,0.  
 Ein sehr leichter Anstieg Positions-Pot Pitch zum offenen Ende hin ist vernachlässigbar gering.

**Magnituden Querschnitt-Potential bei Perturbationslängen < 1/4 WL, zentriert bei 50% RL:**

Vergleichbares Potential mit  $-Xc (1/q^2)-1=+Xe/q^2$  dh. invers kleiner -0,1735 zu +0,21 = 1,21  $q^2$

Bei Magn. Pot. ergibt invers prop.  $-Xc*q0$  Constr. = Geom. Mittelwert  $Xg=Xe/q0 = 0,21/1,1=0,1909$

Geomittel  $Xg=0,1909$  notw. Korr. Wert zu Geomittel: Querschnitt-Pot. X =  
 enl. ungerade # schwächer um - Pert.Läng.Anteil RL \* 0,2000 Xhe= bei 2%PL/2 = 0,1889  
 enl. gerade # stärker um + Pert.Läng.Anteil RL \* 0,2000 Xhe= bei 2%PL/2 = 0,1929

constr. ungerade # schwächer um - Pert.Läng.Anteil RL \* 0,1735 Xc= bei 2%PL/2 = 0,1891  
 constr. gerade # stärker um + Pert.Läng.Anteil RL \* 0,1735 Xc = bei 2%PL/2 = 0,1926

even Mode # haben: Mehr (inverses) Pot. an aufsteigender DB Seite (Enl.+Constr.)  
 odd Mode # haben: Weniger Pot. an abfallender DB Seite -- gegenüber dem Geo Mittelwert

Strichliert: Magnitudenpotential Skizze mit Richtung und ~ Magn. Nodes, sowie ~Pos. Pot.  
 Mode #2 = gerade / even #, an aufsteigenden Druckbäuchen (bei 50 % Rohrlänge) haben immer etwas mehr TL Pot. Magnitude ( bei Constr. und Enlargement ) = inverses Pot. ist stärker.

Insgesamt ist die Magnituden Abweichung im betrachteten praktischen Perturbations-Bereich gering und macht exakte Lösungen leider kompliziert; Pot 18, 19 oder 20 % ist in der Praxis ziemlich irrelevant, physische Messungen weichen stärker ab als die theoretisch möglichen Unterschiede.

Dennoch will/wollte ich es ein für allemal durchforscht haben, vor allem Auswirkungen extremer Perturbationen, die bei (Blechblasinstrumenten) dann so nicht brauchbar sind.

**Zusammenfassung closed-open Zylinder – Querschnittpotential:**

**Hinweis:** +Xe ändert sich nicht, Enl. 10 auf 11 muß gleich bleiben, dh +Xe gleiches Pot Geo gibt Geo Wert Xe = Faktor 1,0 bei DB Enl. Dn und Geowert / q0<sup>2</sup> bei DK Enl. up, und dadurch die restliche Werte, Enlargements an Druckbäuchen u. Druckknoten bleiben dadurch Vergleichswerte.

**Wenn -X=(1/q0<sup>2</sup>)-1 =invers proportional**

Pitch Pot. DB Enl. dn Geo\*1 DB Constr. <up Geo/q0<sup>2</sup>  
 DK Enl. <up Geo/q0<sup>2</sup> DK Constr. dn Geo\*1

Magn. Pot ist	Geometrie X (*2 bei RL0)	up /down gleich	-/+ Korr. ~ 0,2% -odd +even
Center 50% RL	+Xe / q0	z.B. 0,21/1,1 = 0,1909	Geometrie X

**wenn -X = +X =selbe Flächenänderung (-> Constr. Pitch Pot um q0<sup>2</sup> stärker)**

Pitch Pot. DB Enl. dn Geo\*1 DB Constr. up Geo/1  
 DK Enl. <up Geo/q0<sup>2</sup> DK Constr. >dn Geo\*q0pe<sup>2</sup>

Magn. Pot: es kann sich nur das Constriction Pot ändern, Enl. bleibt ja gleich, es werden 2 Rechnungen benötigt; 1x Constr. +1x prop. Enlargement für Xpe Geometrie:

Magn. Pot ist X/q0 Enl. wie oben bei (1/q0<sup>2</sup>)-1 up /down gleich -/+ Korr. ~0,2% -odd +even  
 ergibt den Wert Geometrie Xe Xe/q0 = 0,1909 X Geo

Constrictions: detto, aber +Xpe invers proportional imaginäre Erweiterung für Geometrie **Xc = +Xpe**

Beispiel: Bore size db 10mm Constriction dc 8,888..mm (Enlargement de 11mm)  
 dc 8,888 / db 10 = 1/q0c 0,888 ^2= 1/q0c<sup>2</sup> = 0,79 Xc= 1- (1/q0c<sup>2</sup>) = 0,21  
**+Xpe prop. Enlargement** = Xc 0,21/(1-Xc) 0,79 = +0,2658 \* (1/q0c) 0,888 = Geometrie Xpe 0,236  
 up /down gleich -/+ Korr. ~0,2% -odd +even

Das bedeutet -X= +X:  
 Magnituden Constrictions wären hier im Geometrie 0,236/0,1909 = **1,236 mal** stärker up/dn.

Dia	q0e <sup>2</sup>	-1=Xc	Xc / (1-Xc)	= Xpe	+1=q0pe <sup>2</sup>	√=q0pe	Xpe/q0pe=
11 <sup>2</sup>	121e <sup>2</sup> /100 u <sup>2</sup> =	1,21	0,21	0,21 / 0,79	0,2658	1,2658	/ 1,1250 = 0,236 Geo
10 <sup>2</sup>	100u <sup>2</sup>		1/ 0,79=	1,2658	1/1,125 = 0,888	*	= 1,236
8,888 <sup>2</sup>	79c <sup>2</sup> /100 u <sup>2</sup> =	0,79=1/q0 <sup>2</sup>		√0,79= 1/q0 = 0,888			
		1/0,79=1*q0 <sup>2</sup> =1,2658	q0pe <sup>2</sup>	* 1/q0pe	0,888		= 1,236 Geometrie X

**Wenn -Xc <> +Xe z.b.** sind die Durchmesserunterschiede gleich:

Magnituden Enlargements siehe oben, nicht verändert;

Constrictions: detto, aber +Xpe invers proportional imaginäre Erweiterung für Geometrie Xc

Beispiel:	Bore size db 10mm	Constriction dc 9mm	(Enlargement de 11mm)
dc 9 / db 10 = 1/q0c 0,9	^2= 1/q0c <sup>2</sup> = 0,81	Xc= 1- (1/q0c <sup>2</sup> ) = 0,19	
<b>+Xpe prop. Enlargement</b>	= Xc 0,19/(1-Xc) 0,81 = 0,23456	* (1/q0c) 0,9 = Geometrie Xpe 0,2111	
	up /down gleich	-/+ Korr. ~0,2% -odd +even	
Magnituden Constrictions	sind hier im Geometrie 0,2111/0,1909 = <b>1,1058 mal</b>	stärker up/dn.	

Beispiel:	Bore size db 11mm	Constriction dc 10mm	(Enlargement de 12mm)
dc 10 / db 11 = 1/qc0 0,9090	^2= 1/qc0 <sup>2</sup> = 0,8264	Xc= 1- (1/qc0 <sup>2</sup> ) = 0,1735	
<b>+Xpe prop. Enlargement</b>	= Xc 0,1735/(1-Xc) 0,8264 = 0,21	* (1/qc0) 0,909 = Geometrie Xpe 0,1909	
	up /down gleich	-/+ Korr. ~0,2% -odd +even	
Magnituden Constrictions	sind hier im Geometrie 0,1909/0,17424 = <b>1,0956 mal</b>	stärker up/dn.	

Pot.	Xpe	=Geo Pot	0,23456 Enl. DB down	gefunden 1,0=k 0,0221dn
		min * q0 <sup>2</sup>	=1,23456	
Pot.	xC	min Pot =	0,19	gefunden 0,81=k 0,0179up

Man kann nun die so gefundenen Resultate zueinander in Relation stellen:

$$\frac{Xpe \text{ „imaginär“ } =0,23456 \text{ zu } Xe \text{ } 0,21}{Xc \text{ } =0,19} =1,117 \quad \frac{XPot \text{ gefunden } 0,0221k \text{ zu } XPot \text{ } 0,0197}{XPot \text{ gefunden } 0,0179k \text{ zu } XPot \text{ } 0,0163} =1,117$$

$$\frac{Xpe \text{ „imaginär“ } =0,23456 \text{ zu } Xe \text{ } 0,21}{Xc \text{ } =0,19} =1,1111 \text{ q0c} \quad =1,21 \text{ q0e}^2 \quad =1,10 \text{ q0e}$$

### Concept IQ = Reduktion auf q:

Die gefundenen Faktoren entsprechen dem Lösungsweg mit q. Es ergibt sich daraus, daß nur anhand von q und einem beliebigen einzelnen Wert (Max, Min, oder Geo) anhand der Zusammenhänge alle restlichen Werte ermittelt werden können.

Ich habe dafür eine Excel Tabelle erstellt und der Lösung den Namen Concept IQ gegeben. Auf den folgenden Seiten einige Ergebnisse, die besonders interessieren, denn diese geben die Abweichungen zu bisherigen Simulationen und Messungen, wo der Perturbationsquerschnitt gleich stark war und nicht invers proportional, jeweils die Constrictions also größeres Potential haben.



Concept "IQ"		Perturbation - Cross Section Potential Solution:		Copyright Brassissima, 2023	
anhand invers proportionaler Querschnitt Faktoren		Constr. Dia		10,0833333	mm
closed open Zylinder		Bore size Dia		11	mm
		Enlargement Dia		12	mm
		<b>Enlargements:</b>		<b>1,0000000</b>	Faktor
		Dia-Change q0=		1,19008264	Faktor zu 1 Enl. DB dn
		q0*e Flächenfaktor		0,19008264	1,0000
Pot Constr. DK dn =		Pot Enl. an DB dn		0,1742	Magn. odd Modes -
		Geo		0,9167	Magn. Geomittel
ENL DB down ist		Pot Enl. um DK up		0,1597	Magn. even Modes +
q0* stärker als DK up		pass. Dia Constr		0,9167	
1,1901	19,0	invers. prop. Dia für Constrictions		10,0833	mm
		Magnituden Pot Enl.:		Xg up/dn	0,1742 bei 50 % Rohrlänge -/+
		Dia Constr Faktor		*2 = Magn. Pot closed End	0,3485 bei 0 % Rohrlänge -/+
		inv. prop. Enl. Dia		Harm. Mittel aus Xe und Xg	0,1818
q0pe <sup>2</sup> stärker als DB up		Constrictions:		Diameter Änderungen:	0,0833 Anteil Dia Perturb. an Bore size
1,1901	19,0	Dia Constr Faktor		= 1/q0pe	0,9167
		inv. prop. Dia Enl.		inv. Prop Dia q0pe Fakt.	1,0909 Faktor von Bore size
		Pot Constr. um DK dn		q0pe <sup>2</sup>	1,1901
		Pot Constr an DB up		inv. prop. Dia Enl.	12,0000 mm
		not inv. prop Pitch		q0*pe - 1 = Xe pe max.	0,1901
		not inv. prop Pitch		Xe pe / q0pe = geo pe = Xg pe	0,1742
		not inv. prop Pitch Pot		Xe pe / q0*pe = min pe = Xc	0,1597
Magn. Pot Constriction up / down ist um		Magnituden Pot. Constr.		X / q0 = Geomittel X up/dn	0,1742 bei 50 % Rohrlänge -/+
1	0,00	Xhc = (1-(1/q0))*2 =		*2 = Magn. Pot closed End	0,3485 bei 0 % Rohrlänge -/+
im Geomittel stärker als Enlargement		Xhc = (1-(1/q0))*2 =		Harm. Mittel Xc und Xg pe	0,1667
<b>Pitch Pot Versatz down:</b>		Constr als Fakt von Enl. DB dn = 1		X Enlargem. als Faktor, Enl.	
		0,8403		Pot up (less)	0,1597
		1,0000		Pot dn = max wenn inv. prop.	0,19008264
		0,9201		Pot Total geteilt durch 2	0,9201
		-1,0000		+ Pot Down	-1,0000
		-0,0799		Versatz down	-0,0799
<b>Constr. Versatz down stärker = Geo Pot Constr. / Enl.</b>		*2		1,000000	1,000000
				Mittlerer arithm. Wert =	-0,0799
					des down Werts von Enlargements = -7,99%
					Enl + Constriction des down Werts E = -7,99%
<b>Für Korrektur odd / even Magnitude Pot bei 50 % Pert. Pos = Korrektur für Perturbationslänge und Perturbation selbst, - Korrektur bei nicht inversem Verhalten, + Korrektur bei inv. Verhalten</b>					
Perturbationslänge Anteil an Rohrlänge <b>0,02</b> Korrektur *0,02 = 2% *0,5 = 1% bei 50 % RL, wird dann wieder 2% bei RL0%, Korrekturwert fällt mit Entfernung vom Closed End					
Magnituden Pot ist X / q0 = Xg up down vergleichbar groß, wenn inv. prop. Dia Change					
Hier fehlt noch das tatsächliche Pos. Pot und Perturbationslängenpot, spez. das PL Pot sin Wert macht den uncorr. max Wert = noch 1/4WL Anteil = sin 1. wesentlich kleiner, Die Korrektur wird aber bei inversem Verhalten addiert und bei nicht inversem Verhalten abgezogen --> dh die Korrektur fällt verhältnismässig wesentlich größer aus als hier berechnet!					
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Enlargements</b>		<b>Korr. Wert Xhc</b>	
odd Modes schwächer als		Pos. Pot. * Sin Pert. Längenpot *		Anteil *0,5	
even Modes stärker als Geo		Pos. Pot. * Sin Pert. Längenpot *		Ergebnis	
		Xc * q0pe = X Geo pe		Even Modes sind stärker um	
		Xpe / q0pe = X Geo pe		Korrfaktor * PL Anteil /2	
odd Modes schwächer als		Pos. Pot. * Sin Pert. Längenpot *		Ergebnis	
even Modes stärker als Geo		Pos. Pot. * Sin Pert. Längenpot *		Ergebnis	
		Even Modes sind stärker um		1,01850294 Geo Constrictions +/-	
		bei 50% RL		Magn. Constr stärker Geo: + / -	
				Faktor	

IQ = selbes Potential Constrictions bei invers proportionaler Flächenfaktor-Änderung.  
Bore size 11mm

Concept "IQ"		Perturbation - Cross Section Potential Solution:				Copyright Brassissima, 2023	
anhand invers proportionaler Querschnitt Faktoren		Constr. Dia		9	mm		
closed open Zylinder		Bore size Dia		10	mm		
		Enlargement Dia		11	mm		
		<b>Enlargements:</b>		<b>Dia-Change q0=</b>	<b>1,1</b>	Faktor	<b>Enlargements:</b>
		q0 <sup>2</sup> e Flächenfaktor		1,21	Faktor zu 1 Enl. DB dn	Korr. Wert Xhe	
Pot Constr. DK dn =	Pot Enl. an DB dn	Xe = q0 <sup>2</sup> -1	0,21	1,0000	Magn. odd Modes -	0,20000	
	Geo	Xe / q0	0,1909	0,9091	Magn. Geomittel	0,19091	
ENL DB down ist	Pot Constr DB up =	Pot Enl. um DK up	Xe / q0 <sup>2</sup> = xc wenn inv. prop. C	0,1736	0,8264	Magn. even Modes +	0,20000
q0 <sup>2</sup> stärker als DK up		pass. Dia Constr	inv. prop. Constr. Pot 1/q0	0,9091	Faktor		
1,2100	21,0	Prozent	inv. prop. Dia für Constrictions	9,0909	mm		
		Magnituden Pot Enl.:		Xg up/dn	0,1909	bei 50 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
				*2 = Magn. Pot closed End	0,3818	bei 0 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
		xHe = (q0-1)*2		Harm. Mittel aus Xe und Xg	0,2000		
		<b>Constrictions:</b>		Diameter Änderungen:	0,1000	Anteil Dia Perturb. an Bore size	
		Dia Constr Faktor = 1/q0pe			0,9000		
Constr. DK down ist		inv. prop. Enl. Dia	inv. Prop Dia q0pe Fakt.	1,1111	Faktor von Bore size		
q0pe <sup>2</sup> stärker als DB up			q0pe <sup>2</sup>	1,2346			
1,2346	23,5	Prozent	inv. prop. Dia Enl.	11,1111	mm	<b>Constrictions:</b>	
		Pot Constr. um DK dn		q0 <sup>2</sup> pe - 1 = Xe pe max.	0,2346	Faktor zu 1 Enl. DB dn	<b>best fit statt xhc =</b>
		Pot Constr an DB up		Xe pe / q0pe = geo pe = Xg pe	0,2111	1,0053	Magn. odd Modes -
				Xe pe / q0 <sup>2</sup> pe = min pe = Xc	0,1900	0,9048	Magn. even Modes +
							0,19000
							0,21111
							0,19000
	not inv. prop	Pitch	Constr. stärker down um	Faktor gegenüber inv prop.	1,1170		
	not inv. prop	Pitch	Constr. stärker up um	Faktor gegenüber inv prop.	1,0948		
	not inv. prop	Pitch Pot	im Geomittel mehr Pot als	Enlargement, Faktor	1,1058		
Magn. Pot Constriction up / down ist um		Magnituden Pot. Constr.		X / q0 = Geomittel X up/dn	0,2111	bei 50 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
1,10582011	10,58	Prozent		*2 = Magn. Pot closed End	0,4222	bei 0 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
im Geomittel	stärker als Enlargement	Xhc = (1-(1/q0))*2 =	Harm. Mittel Xc und Xg pe		0,2000		
<b>Pitch Pot Versatz down:</b>		Constr als Fakt von Enl. DB dn=1		X Enlargem. als Faktor, Enl.			
			0,9048	Pot up (less)	0,1736	0,8264	
			1,1170	Pot dn = max wenn inv. prop.	0,21	1,0000	
			1,0109	Pot Total geteilt durch 2	durch 2 = MW	0,9132	
			-1,1170	+ Pot Down		-1,0000	des down Werts
			-0,1061	Versatz down		-0,0668	von Enlargements =
<b>Constr. Versatz down stärker = Geo Pot Constr. / Enl.</b>		^2		1,222838	1,222838		<b>Enl + Constriction</b>
				Mittlerer arithm. Wert =	-0,0964		des down Werts E =
							-9,64%
<b>Für Korrektur odd / even Magnitude Pot bei 50 % Pert. Pos = Korrektur für Perturbationslänge und Perturbation selbst, - Korr bei nicht inversem Verhalten, + Korr bei inv. Verhalten</b>							
Perturbationslänge Anteil an Rohrlänge		0,02		<b>Korr *0,02 = 2% *0,5 = 1% bei 50 % RL, wird dann wieder 2% bei RL0%, Korrekturwert fällt mit Entfernung vom Closed End</b>			
Magnituden Pot ist X / q0 = Xg		up down vergleichbar groß, wenn inv prop. Dia Change					
Hier fehlt noch das tatsächliche Pos. Pot und Perturbationslängenpot, spez. das PL Pot sin Wert macht den uncorr.max Wert = noch 1/4WL Anteil = sin 1. wesentlich kleiner, Die Korrektur wird aber bei inversem Verhalten addiert und bei nicht inversem Verhalten abgezogen ----> dh die Korr. fällt verhältnismässig wesentlich größer aus als hier berechnet!							
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Enlargements</b>		Xg	plus +/- Korr. PL.fakt * Korr.Fakt PL zu RL	Korr. zu Xg	Magn. Querschnittpot mit Korr.
odd Modes	schwächer als	Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot *	0,1909	Korr.Wert Xhe	* Anteil *0,5	Ergebnis	bei RL 50%, DX Zin= bei RL 0%
even Modes	stärker als Geo	Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot *	0,1909	-0,2000	0,01	-0,002	-0,1899 -0,3778
				0,2000	0,01	0,002	0,1929 0,3858
				Even Modes sind stärker um	1,02117421	Geo Enlargements +/-	0,1909 0,3818
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Constrictions</b>		Xc * q0pe = X Geo pe	Korrfaktor	* PL Anteil /2	Ergebnis
odd Modes	schwächer als	Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *	0,2111	Xpe / q0pe = X Geo pe	-0,1900	0,01	-0,0019
even Modes	stärker als Geo	Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *	0,2111		0,1900	0,01	0,001900000
				Even Modes sind stärker um	1,01816347	Geo Constrictions +/-	0,2092 0,4184
				bei 50 % RL	Magn. Constr stärker Geo: + / -	Faktor	-0,2130 -0,4260
							0,4222
							1,1058

Gleiche Durchmesser Änderungen 10% , Bore size 10mm

Concept "IQ"		Perturbation - Cross Section Potential Solution:				Copyright Brassissima, 2023	
anhand invers proportionaler Querschnitt Faktoren		Constr. Dia		10	mm		
closed open Zylinder		Boresize Dia		11	mm		
		Enlargement Dia		12	mm		
		<b>Enlargements:</b>		<b>Dia-Change q0=</b>	1,000000	Faktor	<b>Enlargements:</b>
		q0*2 Flächenfaktor		1,19008264	Faktor zu 1 Enl. DB dn		<b>Korr. Wert</b>
Pot Constr. DK dn =		Pot Enl. an DB dn		0,19008264			<b>Xhe</b>
Geo		Xe / q0		0,1742	1,0000	Magn. odd Modes -	0,18182
ENL DB down ist		Pot Enl. um DK up		0,1597	0,9167	Magn. Geomittel	0,17424
q0*2 stärker als DK up		pass. Dia Constr		0,9167	0,8403	Magn. even Modes +	0,18182
1,1901	19,0	Prozent		<b>inv. prop. Constr. Pot 1/q0</b>			
		<b>inv. prop. Dia für Constrictions</b>		10,0833	mm		
		Magnituden Pot Enl.:		Xg up/dn	0,1742	bei 50 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
		*2 = Magn. Pot closed End		0,3485	bei 0 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even	
		xHe = (q0-1)*2		Harm. Mittel aus Xe und Xg	0,1818		
		<b>Constrictions:</b>		Diameter Änderungen:	0,0909	Anteil Dia Perturb. an Boresize	
		Dia Constr Faktor		= 1/q0pe	0,9091		
Constr. DK down ist		inv. prop. Enl. Dia		inv. Prop Dia q0pe Fakt.	1,1000	Faktor von Boresize	
q0pe*2 stärker als DB up				q0pe*2	1,2100		
1,2100	21,0	Prozent		inv. prop. Dia Enl.	12,1000	mm	<b>Constrictions:</b>
		<b>Pot Constr. um DK dn</b>		q0*pe - 1 = Xe pe max.	0,2100	1,1048	<b>best fit statt xhc =</b>
		<b>Pot Constr an DB up</b>		Xe pe / q0pe = geo pe = Xg pe	0,1909	1,0043	<b>Magn. odd Modes -</b>
				Xe pe / q0*pe = min pe = Xc	0,1736	0,9130	<b>Magn. even Modes +</b>
		not inv. prop Pitch		Constr. stärker down um	1,1048	Faktor gegenüber inv prop.	
		not inv. prop Pitch		Constr. stärker up um	1,0866	Faktor gegenüber inv prop.	
		not inv. prop Pitch Pot		im Geomittel mehr Pot als Enlargement, Faktor	1,0957		
Magn. Pot Constriction up / down ist um		Magnituden Pot. Constr.		X / q0 = Geomittel X up/dn	0,1909	bei 50 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
1,09565217	9,57	Prozent		*2 = Magn. Pot closed End	0,3818	bei 0 % Rohrlänge -/+	Korr. not inv. / invers = odd / even
im Geomittel stärker als Enlargement		Xhc = (1-(1/q0))*2 =		Harm. Mittel Xc und Xg pe	0,1818		
<b>Pitch Pot Versatz down:</b>		Constr als Fakt von Enl. DB dn =1		X Enlargem. als Faktor, Enl.			
		0,9130		Pot up (less)	0,1597	0,8403	
		1,1048		Pot dn = max wenn inv. prop.	0,19008264	1,0000	
		1,0089		Pot Total geteilt durch 2	0,9201		
		-1,1048		+ Pot Down	-1,0000		des down Werts
		-0,0959		Versatz down	-0,0799		von Enlargements =
<b>Constr. Versatz down stärker = Geo Pot Constr. / Enl.</b>		*2		1,200454	1,200454		<b>Enl + Constriction</b>
		Mittlerer arithm. Wert =		-0,0879			des down Werts E =
							-8,79%
<b>Für Korrektur odd / even Magnitude Pot bei 50 % Pert. Pos = Korrektur für Perturbationslänge und Perturbation selbst, - Korr bei nicht inversem Verhalten, + Korr bei inv. Verhalten</b>							
Perturbationslänge Anteil an Rohrlänge		0,02		<b>Korr *0,02 = 2% *0,5 = 1% bei 50 % RL, wird dann wieder 2% bei RL0%, Korrekturwert fällt mit Entfernung vom Closed End</b>			
Magnituden Pot ist X / q0 = Xg		up down vergleichbar groß, wenn inv prop. Dia Change					
Hier fehlt noch das tatsächliche Pos. Pot und Perturbationslängenpot, spez. das PL Pot sin Wert macht den uncorr.max Wert = noch 1/4WVL Anteil = sin 1 .wesentlich kleiner, Die Korrektur wird aber bei inversem Verhalten addiert und bei nicht inversem Verhalten abgezogen ---> dh die Korr. fällt verhältnismässig wesentlich größer aus als hier berechnet!							
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Enlargements</b>		Xg	plus +/-	Korr. PL.fakt * Korr.Fakt PL zu RL	Korr. zu Xg
odd Modes schwächer als		Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot*		Xe / q0 = X Geo			Magn. Querschnittpot mit Korr.
even Modes stärker als Geo		Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot*		0,1742	Korr.Wert Xhe	* Anteil *0,5	<b>Ergebnis</b>
				0,1742	-0,1818	0,01	-0,001818182
					0,1818	0,01	0,001818182
				Xc * q0pe = X Geo pe	Even Modes sind stärker um	1,02108963	Geo Enlargements +/-
				Xpe / q0pe = X Geo pe	Korrfaktor		PL Anteil /2
odd Modes schwächer als		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot*		0,1909	-0,1736	0,01	-0,001735537
even Modes stärker als Geo		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot*		0,1909	0,1736	0,01	0,001735537
				Even Modes sind stärker um	1,01834862	Geo Constrictions +/-	
				bei 50% RL	<b>Magn. Constr stärker Geo: + / -</b>	Faktor	<b>1,0957</b>

Gleiche Durchmesser Änderungen 9,09% , Boresize 11,0 mm



Concept "IQ"		Perturbation - Cross Section Potential Solution:		Copyright Brassissima, 2023	
anhand invers proportionaler Querschnitt Faktoren		Constr. Dia	8,88819442	mm	
closed open Zylinder		Bore size Dia	10	mm	
		Enlargement Dia	11	mm	
		<b>Enlargements:</b>	<b>Dia-Change q0=</b>	1,1	Faktor
			q0 <sup>2</sup> e Flächenfaktor	1,21	Faktor zu 1 Enl. DB dn
Pot Constr. DK dn =	Pot Enl. an DB dn	Xe = q0 <sup>2</sup> -1	0,21	1,0000	Magn. odd Modes -
	Geo	Xe / q0	0,1909	0,9091	Magn. Geomittel
ENL DB down ist	Pot Constr DB up =	Pot Enl. um DK up	Xe / q0 <sup>2</sup> = xc wenn inv. prop. C	0,1736	0,8264
q0 <sup>2</sup> stärker als DK up		pass. Dia Constr	inv. prop. Constr. Pot 1/q0	0,9091	Faktor
1,2100	21,0 Prozent		inv. prop. Dia für Constrictions	9,0909	mm
		Magnituden Pot Enl.:	Xg up/dn	0,1909	bei 50 % Rohrlänge -/+ Korr. not inv. / inverts = odd / even
			*2 = Magn. Pot closed End	0,3818	bei 0 % Rohrlänge -/+ Korr. not. inv. / inverts = odd / even
		xHe = (q0-1)*2	Harm. Mittel aus Xe und Xg	0,2000	
		<b>Constrictions:</b>	Diameter Änderungen:	0,1112	Anteil Dia Perturb. an Bore size
			Dia Constr Faktor = 1/q0pe	0,8888	
Constr. DK down ist		inv prop. Enl. Dia	inv. Prop Dia q0pe Fakt.	1,1251	Faktor von Bore size
q0pe <sup>2</sup> stärker als DB up			q0pe <sup>2</sup>	1,2658	
1,2658	26,6 Prozent	inv. prop. Dia Enl.	in mm	11,2509	mm
					Faktor zu 1 Enl. DB dn
		Pot Constr. um DK dn	q0*pe - 1 = Xe pe max.	0,2658	1,2658
			Xe pe / q0pe = geo pe = Xg pe	0,2363	1,1251
		Pot Constr an DB up	Xe pe / q0 <sup>2</sup> pe = min pe = Xc	0,2100	1,0000
					best fit statt xhc =
					Magn. odd Modes -
					Magn. Geomittel
					Magn. even Modes +
	not inv. prop	Pitch	Constr. stärker down um	Faktor gegenüber inv prop.	1,2658
	not inv. prop	Pitch	Constr. stärker up um	Faktor gegenüber inv prop.	1,2100
	not inv. prop	Pitch Pot	im Geomittel mehr Pot	als Enlargement, Faktor	1,2376
Magn. Pot Constriction up / down ist um		Magnituden Pot. Constr.	X / q0 = Geomittel X up/dn	0,2363	bei 50 % Rohrlänge -/+ Korr. not inv. / inverts = odd / even
1,23759669	23,76 Prozent		*2 = Magn. Pot closed End	0,4725	bei 0 % Rohrlänge -/+ Korr. not. inv. / inverts = odd / even
im Geomittel	stärker als Enlargement	Xhc = (1-(1/q0))*2 =	Harm. Mittel Xc und Xg pe	0,2224	
<b>Pitch Pot Versatz down:</b>		Constr als Fakt von Enl. DB dn = 1			
		1,0000	Pot up (less)	0,1736	0,8264
		1,2658	Pot dn = max wenn inv. prop.	0,21	1,0000
		1,1329	Pot Total geteilt durch 2	durch 2 = MWV	0,9132
		-1,2658	+ Pot Down		-1,0000
		-0,1329	Versatz down		-0,0868
<b>Constr. Versatz down stärker = Geo Pot Constr. / Enl.</b>		<sup>2</sup>	1,531646	1,531646	des down Werts von Enlargements =
			Mittlerer arithm. Wert =	-0,1098	Enl + Constriction
					des down Werts E =
					-10,98%
<b>Für Korrektur odd / even Magnitude Pot bei 50 % Pert. Pos = Korrektur für Perturbationslänge und Perturbation selbst, - Korr bei nicht inversem Verhalten, + Korr bei inv. Verhalten</b>					
Perturbationslänge Anteil an Rohrlänge <b>0,02</b> Korr *0,02 = 2% *0,5 = 1% bei 50 % RL, wird dann wieder 2% bei RL0%, Korrekturwert fällt mit Entfernung vom Closed End					
Magnituden Pot ist X / q0 = Xg up down vergleichbar groß, wenn inv prop. Dia Change					
Hier fehlt noch das tatsächliche Pos. Pot und Perturbationslängenpot, spez. das PL Pot sin Wert macht den uncorr. max Wert = noch 1/4W/L Anteil = sin 1 wesentlich kleiner, Die Korrektur wird aber bei inversem Verhalten addiert und bei nicht inversem Verhalten abgezogen ---> dh die Korr. fällt verhältnismässig wesentlich größer aus als hier berechnet!					
Magnituden Pot Querschnitt	Enlargements	Xg	plus +/- Korr. PL.fakt * Korr.fakt PL zu RL	Korr. zu Xg	Magn. Querschnittpot mit Korr.
		Xe / q0 = X Geo	Korr.Wert Xhe	Anteil *0,5	Ergebnis
odd Modes	schwächer als	Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot*	-0,2000	0,01	-0,002
even Modes	stärker als	Geo Pos.Pot. *Sin Pert.Längenpot*	0,2000	0,01	0,002
		Xc * q0pe = X Geo pe	Even Modes sind stärker um	1,02117421	Geo Enlargements +/-
		Xpe / q0pe = X Geo pe	Korrfaktor	*	PL Anteil /2
odd Modes	schwächer als	Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot*	-0,2100	0,01	-0,0021
even Modes	stärker als	Geo Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot*	0,2363	0,01	0,002100000
			Even Modes sind stärker um	1,01793581	Geo Constrictions +/-
			bei 50% RL	Magn. Constr stärker Geo: +/-	Faktor
					0,2363
					0,4725
					1,2376

-X = +X Constriction Pot entspricht q0<sup>2</sup>, Bore size 10mm  
 beachte Zusammenhang Pitchversatz down und Magn. Pot.

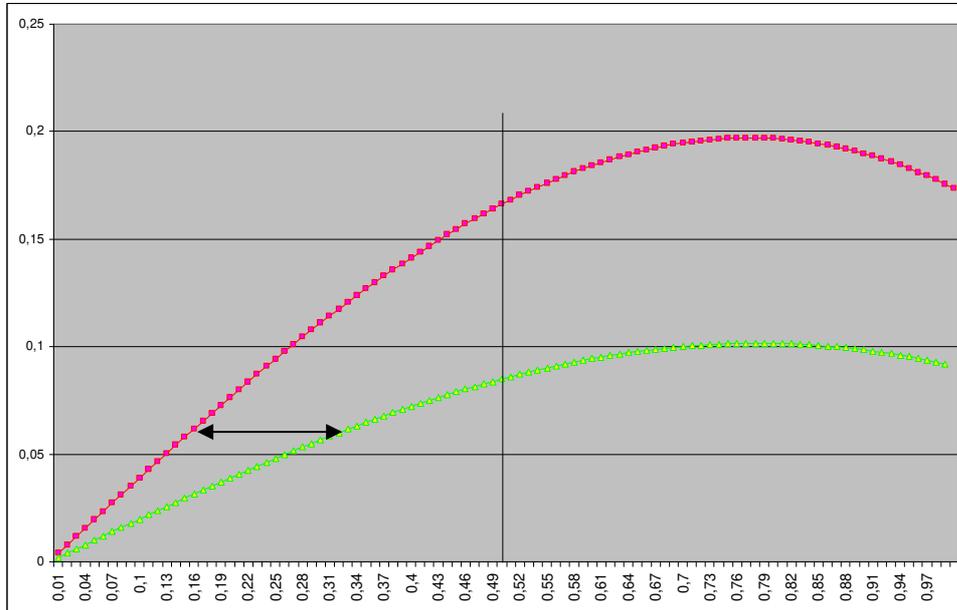
Concept "IQ"		Perturbation - Cross Section Potential Solution:		Copyright Brassissima, 2023	
anhand invers proportionaler Querschnitt Faktoren		Constr. Dia		7,07106781	mm
closed open Zylinder		Bore size Dia		10	mm
		Enlargement Dia		14,1421356	mm
		<b>Enlargements:</b>		<b>Dia-Change q0=</b>	1,41421356 Faktor
		q0*E Flächenfaktor		2	Faktor zu 1 Enl. DB dn
Pot Constr. DK dn =		Pot Enl. an DB dn		Xe = q0 <sup>2</sup> -1	1,0000
		Geo		Xe / q0	0,7071
ENL DB down ist		Pot Enl. um DK up		Xe / q0 <sup>2</sup> = xc wenn inv. prop. C	0,5000
q0 <sup>2</sup> stärker als DK up		pass. Dia Constr		inv. prop. Constr. Pot 1/q0	0,7071 Faktor
2,0000	100,0	Prozent		inv. prop. Dia für Constrictions	7,0711 mm
		Magnituden Pot Enl.:		Xg up/dn	0,7071 bei 50 % Rohrlänge -/+
				*2 = Magn. Pot closed End	1,4142 bei 0 % Rohrlänge -/+
		xHe = (q0-1)*2		Harm. Mittel aus Xe und Xg	0,8284
		<b>Constrictions:</b>		Diameter Änderungen:	0,2929 Anteil Dia Perturb. an Bore size
		Dia Constr Faktor		1/q0pe	0,7071
Constr. DK down ist		inv prop. Enl. Dia		inv. Prop Dia q0pe Fakt.	1,4142 Faktor von Bore size
q0pe <sup>2</sup> stärker als DB up				q0pe <sup>2</sup>	2,0000
2,0000	100,0	Prozent		inv. prop. Dia Enl.	14,1421 mm
		Pot Constr. um DK dn		q0 <sup>2</sup> pe - 1 = Xe pe max.	1,0000
				Xe pe / q0pe = geo pe = Xg pe	0,7071
		Pot Constr an DB up		Xe pe / q0 <sup>2</sup> pe = min pe = Xc	0,5000
not inv. prop		Pitch		Constr. stärker down um	Faktor gegenüber inv prop.
not inv. prop		Pitch		Constr. stärker up um	Faktor gegenüber inv prop.
not inv. prop		Pitch Pot		im Geomittel mehr Pot als Enlargement, Faktor	1,0000
Magn. Pot Constriction up / down ist um		Magnituden Pot. Constr.		X / q0 = Geomittel X up/dn	0,7071 bei 50 % Rohrlänge -/+
1	0,00	Prozent		*2 = Magn. Pot closed End	1,4142 bei 0 % Rohrlänge -/+
im Geomittel stärker als Enlargement		Xhc = (1-(1/q0))*2 =		Harm. Mittel Xc und Xg pe	0,5858
<b>Pitch Pot Versatz down:</b>		Constr als Fakt von Enl. DB dn=1		X Enlargem. als Faktor, Enl.	
		0,5000 Pot up (less)		0,5000	0,5000
		1,0000 Pot dn = max wenn inv. prop.		1	1,0000
		0,7500 Pot Total geteilt durch 2		durch 2 = MWV	0,7500
		-1,0000 + Pot Down			-1,0000
		-0,2500 Versatz down			-0,2500
<b>Constr. Versatz down stärker = Geo Pot Constr. / Enl.</b>		^2		1,000000	1,000000
				Mittlerer arithm. Wert =	-0,2500
					des down Werts von Enlargements = -25,00%
					Enl + Constriction des down Werts E = -25,00%
<b>Für Korrektur odd / even Magnitude Pot bei 50 % Pert. Pos = Korrektur für Perturbationslänge und Perturbation selbst, - Korr bei nicht inversem Verhalten, + Korr bei inv. Verhalten</b>					
Perturbationslänge Anteil an Rohrlänge		0,02		Korr *0,02 = 2% *0,5 = 1% bei 50 % RL, wird dann wieder 2% bei RL0%, Korrekturwert fällt mit Entfernung vom Closed End	
Magnituden Pot ist X / q0 = Xg		up down vergleichbar groß, wenn inv prop. Dia Change			
Hier fehlt noch das tatsächliche Pos. Pot und Perturbationslängenpot, spez. das PL Pot sin Wert macht den uncorr.max Wert = noch 1/4WL Anteil = sin 1. wesentlich kleiner, Die Korrektur wird aber bei inversem Verhalten addiert und bei nicht inversem Verhalten abgezogen ---> dh die Korr. fällt verhältnismässig wesentlich größer aus als hier berechnet!					
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Enlargements</b>		<b>Korr. Wert Xhe</b>	
Xe / q0 = X Geo		Xg		Korr. PL.fakt * Korr.Fakt PL zu RL	
odd Modes schwächer als		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *		Anteil *0,5	
even Modes stärker als Geo		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *		Ergebnis	
		0,7071		-0,8284	
		0,7071		0,01	
				-0,008284271	
				0,01	
				0,008284271	
				0,7154	
				1,4308	
<b>Magnituden Pot Querschnitt</b>		<b>Constrictions</b>		<b>Even Modes sind stärker um</b>	
Xc * q0pe = X Geo pe		Xg		1,02370923	
Xpe / q0pe = X Geo pe		Xpe / q0pe = X Geo pe		Geo Enlargements +/-	
odd Modes schwächer als		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *		Korrfaktor	
even Modes stärker als Geo		Pos.Pot. * Sin Pert.Längenpot *		PL Anteil /2	
		0,7071		Ergebnis	
		0,7071		-0,5000	
				0,01	
				0,005000000	
				-0,7121	
				-1,4242	
				0,7071	
				1,4142	
				1,01424285	
				Geo Constrictions +/-	
				Even Modes sind stärker um	
				bei 50 % RL	
				Magn. Constr stärker Geo: +/-	
				Faktor	
				1,0000	

doppelte und invers prop. halbe Flächenänderung,  
Pitch Versatz Down = 25% ist die Differenz vom geometrischen zum arithmetischen Mittel bei Verdoppelung.



Lokale Perturbationen - Magnitudenpotential steuern und kontrollieren

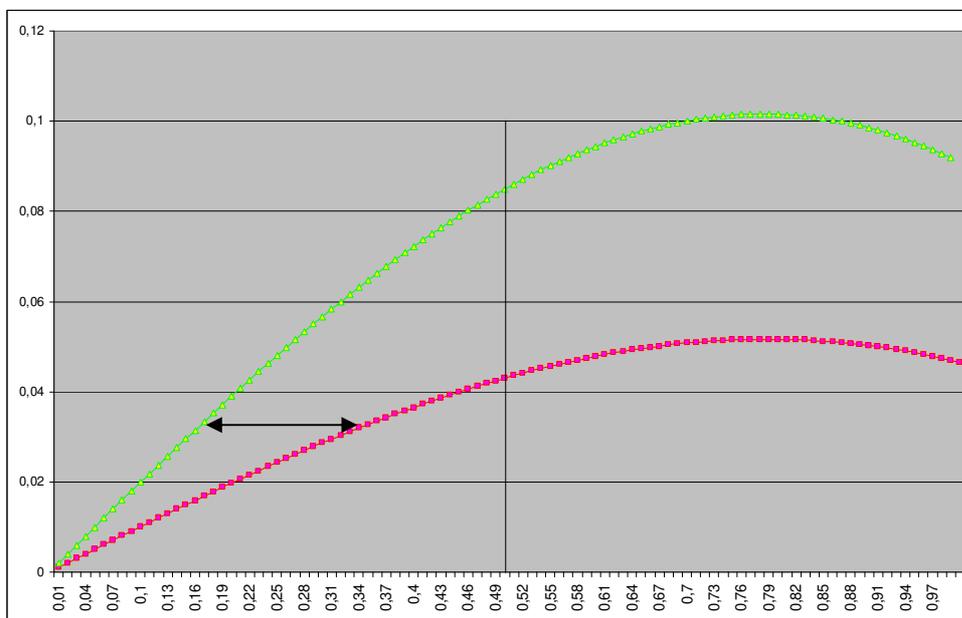
Mit einer lokalen Durchmesser Änderung zentriert bei 50 % RL ergibt sich ein Magnitudenänderungspotential X durch Querschnittänderung und Perturbationslänge, sowie inkludiert die notwendige Korrektur + inverses / -nicht inverses Verhalten bei 50%.



x = Anteil PL an 1/4 WL, bei Mode #1 = RL

y = Pot Xe, samt Korr. Xhe/2, mit jeweil. PL Anteil

grün:  $q_0 = 1,1$  rot:  $q_0 = 1,1^2$  und PL/2 gibt selbes Xe Pot, bis ca. 33 % PL zu 1/4 WL.



x = Anteil PL an 1/4 WL, bei Mode #1 = RL

y = Pot Xe, samt Korr. Xhe/2, mit jeweil. PL Anteil

grün:  $q_0 = 1,1$  rot:  $q_0 = 1,1^{0,5}$  und PL/0,5 selbes Xe Pot, bis ca. 33 % PL zu 1/4 WL.

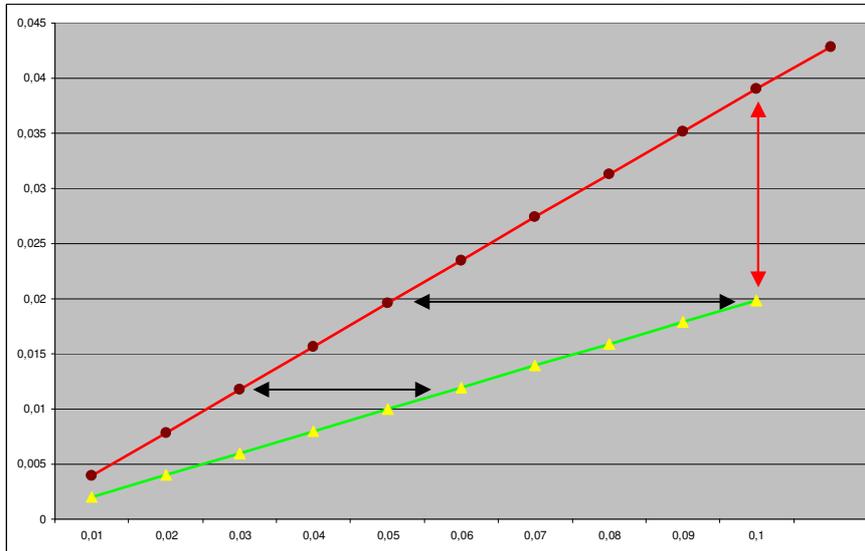
Solange die Perturbationslänge  $< \sim 0,33$  einer  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge bleibt, da hier das Sinuspotential noch kaum abweicht, ergibt sich näherungsweise (nicht nur zentriert)

mit  $q_0 = q_0^2$  und  $PL / 2$  unverändertes, vorhandenes Pot Xe.

mit  $q_0 = q_0^{0,5}$  und  $PL / 0,5$  unverändertes, vorhandenes Pot Xe.

Pot. Xe verdoppelt sich mit doppelter PL  $\sim$  aber nur bis ca.  $0,33 PL$  zu  $\frac{1}{4} WL$ ,

Pot. Xe verdoppelt sich aber auch (annähernd) bei  $q_0^2$  (bei  $\sim 10\%$  Durchmesseränderung)



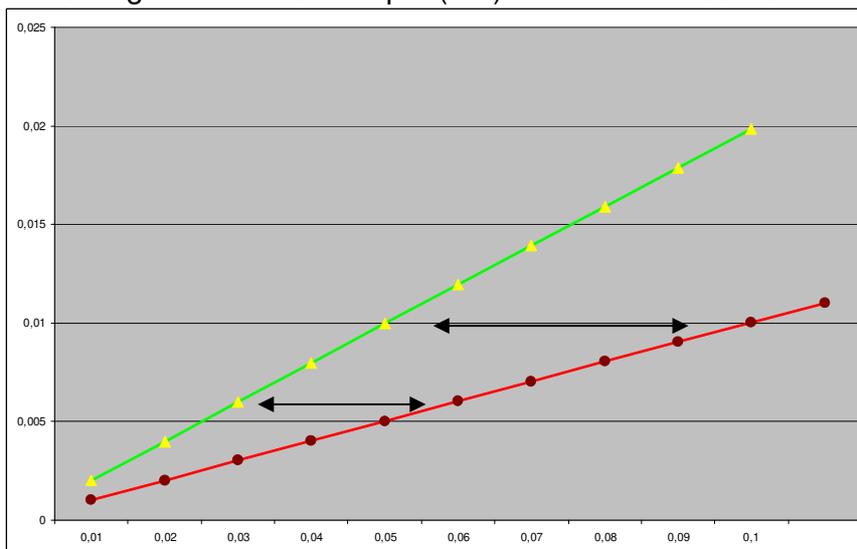
x = Anteil PL an  $\frac{1}{4} WL$ , bei Mode #1 = RL

y = Pot Xe, samt Korr.  $Xh/2$ , mit jeweil. PL Anteil

grün mit Enlargements zentriert bei 50% RL,  $q_0=1,1$

rot mit Enlargements zentriert bei 50% RL,  $q_0=1,1^2,0 = 1,21$ ,  
gleiches Pot Xe mit  $PL / 2$ .

Näherung:  $PL * 2$  und  $q_0^{1/2} = 0$  für selbes Potential Xe.



x = Anteil PL an  $\frac{1}{4} WL$ , bei Mode #1 = RL

y = Pot Xe, samt Korr.  $Xh/2$ , mit jeweil. PL Anteil

grün mit Enlargements zentriert bei 50% RL,  $q_0=1,1$

rot mit Enlargements zentriert bei 50% RL,  $q_0=1,1^{0,5} = 1,04881$

Näherung: Gleiches Pot Xe mit  $PL/0,5 = PL*2$

Der  $q_0$  Querschnitt-Faktor einer lokalen Perturbation ist der entscheidende Faktor für inverses Übergewicht an ansteigenden Druckbauchflanken, man kann daher mit einer längeren Perturbation, aber kleinerem  $q_0$  Faktor dieses Übergewicht reduzieren, oder das vorhandene Potential gezielt und kontrolliert anheben oder abschwächen.

Man kann zusammenfassen, für Perturbationslängen  $< \sim$  Faktor 0,33 zu  $\frac{1}{4}$  WL lassen sich Magnituden Potential Änderungen gezielt steuern und kontrollieren, die lokale Center-Position der Perturbation und Mode # spielt hierbei keine Rolle. Ausgangslage ist das ermittelte X-Pot. anhand Position,  $q_0$  Faktor und PL zu  $\frac{1}{4}$  WL.

given  $q_0^* PL * PL_{Pot}$ ; +/- Korr invers = given X Pot., errechenbar  
 PL \* ein Änderungsfaktor dazu = Xpot = X Pot. \* Änderungsfaktor, (mit given  $q_0$ )

für selbes X Pot: Korrektur  $q_0$  =  $q_0 \text{ given } ^{(1/\text{Änderungsfaktor})}$ .

Beispiel  $q_0 = 1,1$  und  $PL = 0,02$  Mode #3  $X_e = 2,9\%$  Änderung Magn. Zin

will man 4% Änderung:  $4/2,9 = 1,38$  Änderungsfaktor \*  $PL = 0,0276$  oder z.b.

$q_0 1,1^{1,1} = 1,1$	und $PL 0,0200$	=	2,9 % $X_e$ given
$q_0 1,1^{1,1} = 1,1$	und $PL 0,0276^{1,38}$	=	4% $X_e$ wanted
$q_0^{1,38} = 1,1405$	und $PL 0,0200$	=	4% $X_e$ wanted
$q_0^2$	und $PL 0,0200 /1$	=	5,8 % $X_e$ doubled
$q_0^2$	und $PL 0,0200 /2$	=	2,9 % $X_e$ unchanged

Will man eine Änderung machen, aber  $X_e$  soll gleich bleiben, d.h.  $X_e \text{ given} = X_e \text{ wanted}$ ,

$q_0^{1,38} = 1,1405$	und $PL 0,0200/1$	=	$X_e^{1,38} /1 = 4,0\%$ $X_e$ wanted.
$q_0^{1,38} = 1,1405$	und $PL 0,0200/1,38$	=	$X_e^{1,38} /1,38 = 2,9\%$ $X_e$ given.
$q_0^{(1/1,38)} = 1,0715$	und $PL 0,0200^{1,38}$	=	$X_e^{1,38} /1,38 = 2,9\%$ $X_e$ given.

Änderungsfaktor =  $X_e \text{ wanted} / X_e \text{ given}$ ;

$X_e \text{ wanted} = X_e \text{ given} * \text{Änderungsfaktor} = q_0 \text{ given} ^{\text{Änderungsfaktor}} = q_0 \text{ needed}$   
 $= PL * \text{Änderungsfaktor} = PL \text{ needed}$

$X_e \text{ not wanted} = X_e \text{ given} * \text{Änderungsfaktor}$

$X_e \text{ wanted} = X_e \text{ given} = q_0 \text{ given} ^{\text{Änderungsfaktor}}$ , sowie  $PL \text{ given} / \text{Änderungsfaktor}$

## Lokale Perturbationen, Pitch-Potential steuern und kontrollieren

Bei Pitch Potential entfällt gegenüber Magnitudenänderungen das Positionspotential. Die Querschnittflächen-Änderung  $=q_0^2$  durch die Perturbation ist hier entscheidend.

„Given“ Pitch Pot bei Position x kann errechnet werden, anhand Querschnitt-Flächenpotential und Perturbationslänge.

Pitch Pot down bei Enlargements an Druckbäuchen  
bzw invers prop. dazu äquivalente Wellenlänge up  
= Xe Pot.

Pitch Pot up bei Enlargements an Druckknoten  
bzw invers prop. dazu äquivalente Wellenlänge dn ist  
 $X_e / q_0^2$  = Faktor  $q_0^2$  schwächer.

Sind Constrictions invers proportional, dann sind nur mehr diese beiden Maximalwerte übrig. Xc Pot. =  $X_e/q_0^2$  = Pitch Pot. erhöhend, Xe Pot. = Pitch Pot. vertiefend.  
= eq. WL kürzer = kleiner = eq. WL länger = größer

$X_g = X_e / q_0 = X_c * q_0$  ist der geom. Mittelwert, der jeweils um Faktor  $q_0$  abweicht.

Bei Änderung der Perturbationslänge ist es wie bei Magnituden Pot:  
 $2*PL = X * 2$  solange die Pert. Länge  $\sim < 0,33$  Faktor der  $1/4$  WL ist.  
X ist nun aber  $X_g*(1/q_0)$  up, oder  $X_g * q_0$  dn. = invers weniger Pitch up.

Bei Änderung von  $q_0$ : Wir haben den Xg-Wert; Given Xg Pot. =  $q_0^2 - 1 / q_0$   
 $q_0=1,1$ ; given  $q_0^2 = 1,2100 - 1 = X$  WL up  $0,2100 / q_0 = 0,1909$  given Xg Pot.  
 $1/q_0^2 = 0,8264 - 1 = X$  WL dn  $0,1735 / (1/q_0) = 0,1909$  given Xg Pot.  
X WL up / X WL dn =  $q_0^2$ . und X WL dn / X WL up =  $1/q_0^2$ .  
Sei PL=2% bzw. = 20mm für die Beispiele:

Wollte man das Pot Xc aufwärts auf gleiches Niveau wie Pot. down bringen (stärker), so könnte man die Perturbationslänge \* Faktor  $q_0 / (1/q_0) = q_0^2$  verlängern. PL=24,2mm

Wollte man das Pot. abwärts auf gleiches Niveau wie Pot. up bringen (schwächer), so könnte man die Perturbationslänge \* Faktor  $(1/q_0) / q_0 = 1/q_0^2$  verkürzen. PL=16,52mm

Dadurch ergibt sich aber natürlich wieder geändertes inverses Pot<sup>2</sup> im selben Ausmaß. Das inverse Verhalten kann man daher nicht abstellen, aber das Verhältnis  $q_0^2$  stärker oder schwächer machen, in der Ausgangslage ist Pitch Pot Faktor 1,21 stärker vertiefend.

Ändert man  $q_0$  given auf  $q_0^2$  wanted; ergibt sich  $q_0^2$  given  $\rightarrow$  =  $q_0^2$  wanted  
1,1 1,21 1,21 = 1,4641  $q_0^2$  wanted  
X= 0,21 X=0,4641

X wanted / X given = 2,21 bzw. Xgiven / X wanted = 0,452  
um X wieder mit der PL zu kompensieren, müsste man diese \*0,452 verkürzen, PL = 9,04 mm  
 $1+X$  wanted =  $q_0^2$  wanted = 1,4641 diesen Faktor wäre Pitch Pot abwärts stärker!



Anhang:

Systematic approach to the correction of intonation in wind instruments, (Auszug)

Received May 13; accepted July 21, 1976 and published in Nature, Vol. 262, August 26, 1976, pp. 761-765.

© Richard A. Smith

Boosey and Hawkes Ltd, Edgware, Middlesex, UK and Department of Physics, Southampton University

© Geoffrey J. Daniell Hinweis: Für mich ist das teilweise mathematisch "zu hoch"; dennoch angefügt.

Perturbations in the bore

It has been known for many years that small changes in the bore cross section near a node or antinode of the standing wave will change the resonance frequency. A decrease in area at a pressure antinode produces an increase in that frequency, and an increase in area gives a frequency decrease. At a pressure node the effects of changing the area are reversed. We have used perturbation theory to calculate the change in a given bore shape necessary to produce prescribed changes in each of the resonance frequencies. The pressure oscillations  $P_n(x)$  at frequency  $f_n$  in a standing wave in the air column in a horn, of cross section  $S(x)$ , at a distance  $x$  from one end, are described by the approximate wave equation

$$\frac{d}{dx} \left[ S(x) \frac{dP_n}{dx} \right] + \frac{4\pi^2 f_n^2}{c^2} S(x) P_n(x) = 0$$

where  $c$  is the velocity of sound. The boundary conditions at the mouthpiece and open end are assumed to be

$$P(x) = \beta \frac{dP}{dx} \Big|_{x=0,L}$$

where the constant  $\beta$  may be different at the two ends of the instrument but the values are assumed to be independent of the mode of oscillation. This is a standard Sturm-Liouville equation and the solutions form a complete orthonormal set.

If the cross section  $S(x)$  is perturbed by a small change  $\delta S(x)$  and  $s(x) = \delta S(x)/S(x)$  the first-order change in the resonance frequencies can be shown to be

$$\frac{\delta f_n}{f_n} = \int_0^L s(x) G_n(x) dx \quad \text{where} \quad G_n(x) = \frac{1}{2} S(x) \left\{ \frac{c^2}{4\pi^2 f_n^2} \left[ \frac{dP_n}{dx} \right]^2 - P_n^2(x) \right\}$$

In deriving this, it is necessary to take  $\delta S$  zero at both ends of the instrument so that the boundary conditions are not changed. The values of  $P_n(x)$  used above are taken to be normalised so that

$$\int_0^L S(x) P_n^2(x) dx = 1$$

This implies that the dimensions of  $P$  are  $L^{-(3/2)}$ , and not those of pressure. -> 1,5 ähnlich  $\pi/2 = 1,57...$

An alternative expression for  $G_n(x)$  can be derived using equation (1)

$$G_n(x) = \frac{c^2}{16\pi^2 f_n^2} \frac{d}{dx} \left[ S(x) \frac{d}{dx} P_n^2(x) \right]$$

We wish to prescribe  $\delta f_n$  and calculate  $\delta S(x)$ . It is clear that the solution is not unique and we shall seek the 'smoothest' change in the bore that produces the required frequency shifts. It may be inconvenient to make changes over the whole instrument, because of the valves and tuning slides, and we shall restrict them to the section  $x = 0$  to  $x = l$ . To avoid discontinuities in the bore we need  $\delta S(0) = 0$  and  $\delta S(l) = 0$ . A suitable measure of smoothness is the **mean square derivative**

$$\int_0^l S(x) [s'(x)]^2 dx$$

and we minimise this, subject to the constraints that  $s(x)$  produces the required frequency shifts using Lagrange's method of undetermined multipliers, that is we minimise

$$\int_0^l S(x) [s'(x)]^2 dx - \sum_{m=1}^N \lambda_m \left[ \frac{\delta f_m}{f_m} - \int_0^l s(x) G_m(x) dx \right]$$

The Euler equation for this problem is

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}[S(x)2s'(x)] &= \sum_{m=1}^N \lambda_m G_m(x) \\ &= \frac{c^2}{16\pi^2 f_m^2} \sum_{m=1}^N \lambda_m \frac{d}{dx} \left[ S(x) \frac{d}{dx} P_{m^2}(x) \right] \end{aligned}$$

Integrating twice gives:

$$s(x) = \sum_{m=1}^N \mu_m P_{m^2}(x) + A \int_0^x \frac{d\xi}{S(\xi)} + B$$

A and B are arbitrary constants of integration and they can be chosen to make  $\delta S(0) = 0$  and  $\delta S(l) = 0$ , and  $\mu_m$  is a multiple of  $\lambda_m$ . Substituting this into (2) gives N linear equations which, together with the conditions on  $\delta S$ , determine the N+2 constants  $\mu_m, A, B$ . Equation (6) then gives the required change in bore.

The reader may wonder why we have used the 'smoothest' perturbation rather than the 'smallest' one. If we define

$$\epsilon = \int_0^l [s(x)]^2 dx$$

and find the function s(x) that minimises this and produces the required frequency shifts we get

$$s(x) = \sum_m \mu_m G_m(x)$$

This cannot, however, be used as a solution to our problem as it does not ensure that  $\delta S(0) = 0$  and  $\delta S(l) = 0$ .

### The eigenfunctions for the standing waves

To perform the calculations of the previous section the functions  $P_n(x)$  are required. Although it is possible, in principle, to calculate these given the cross-sectional area of the trumpet, it is undoubtedly easier to observe them. In a standing wave, when damping is very small, the oscillations have the same phase at all points between adjacent nodes, and the phase changes by  $\pi$  across each node. The result is not exact if damping is included, but as we have neglected damping, even in equation (1), there is no advantage in observing the phase of the pressure oscillations, and we assume the phase is 0 or  $\pi$ . The function  $P_n(x)$  is therefore given by the observed pressure amplitude between alternate pairs of nodes and minus the observed pressure in the gaps. The derivative  $dP_n/dx$  is also required. Because of the well known dangers of numerical differentiation we obtain this by integrating equation (1) giving

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = -\frac{4\pi^2 f_n^2}{c^2 S(x)} \int_0^x S(\xi) P_n(\xi) d\xi + \frac{C}{S(x)}$$

The value of the constant of integration C is found by integrating again, thus introducing another constant, and finding both constants by satisfying the equations at two particular values of x.

### Varying the length of pipe over which the perturbation is made

An interesting result can be derived about the mean square perturbation, which can be evaluated using equation (7). This can be differentiated with respect to l, bearing in mind that the numbers  $\mu$  depend on l. The derivatives of  $\mu$  can be eliminated by differentiating equation (2) and we get the remarkable result

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial l} = -[s(l)]^2$$

It follows that  $\partial \epsilon / \partial l$  is never positive, and the mean square value of the perturbation required always decreases as we spread the perturbation over longer lengths of the tube. **Hinweis: Mean square = QM:**

quadratisches Mittel = $\sqrt{[(A^2+B^2)/2]}$	A=1, B=2: QM = $\sqrt{[(5)/2]} = 1,581138$	A=0,5 B=1: QM = 0,7905
arithmetisches Mittel = $[(A+B) / 2]$	MW= 3 / 2 = 1,500000	MW = 0,7500
geometrisches Mittel = $\sqrt{[(A*B)]}$	GM= $\sqrt{(1*2)} = 1,414213$	GM = 0,7071
harmonisches Mittel = $(2 AB) / (A+B)$	HM = 4 / 3 = 1,333333	HM = 0,6666

**Asymptotic results (Näherung)**

The high eigenvalues of a Sturm-Liouville equation have simple asymptotic distributions.

$$P_n(x) \sim \left(\frac{2}{LS(x)}\right)^{1/2} \cos\left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi x}{L} + \theta_n\right]$$

When n is large,  $fn \sim nc/2L$  and

in which  $\theta_n$  depends on the boundary conditions.

*$\theta_n$  beschreibt hier die Phasenverschiebung und somit Versatz der Druckbäuche und Druckknoten, die durch Mundstück und Schallbecher hervorgerufen werden!*

A musical instrument like the trumpet has evolved into a shape such that the frequencies of the resonances are almost uniformly spaced. In other words, the formula  $fn \sim nc/2L$ , which can be proved for large n, is in fact almost exact for all n. This suggests that the associated asymptotic eigenfunctions,  $P_n(x)$ , might be good approximations for all n. This would avoid the difficult measurement of  $P_n(x)$ . If the boundary conditions in the trumpet are approximately

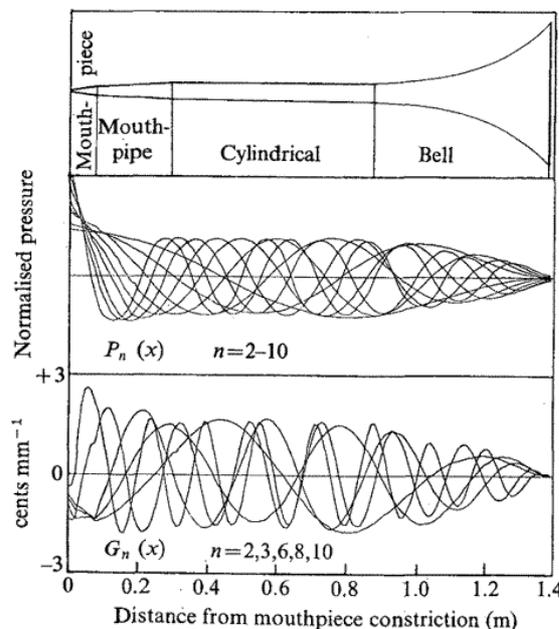
$$P_n(L) = 0 \text{ and } \left[\frac{dP_n}{dx}\right]_{x=0} = 0 \qquad G_n(x) \sim -\frac{1}{L} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{L}\right)$$

we can show that

The integrals involved in the calculations can now be evaluated analytically.

We have tested the usefulness of this by prescribing some values for  $\delta fn$ , calculating the bore shape required using the asymptotic expression for  $G_n(x)$  and then calculating the exact frequency shifts (equation 2) that this bore shape would produce, using the correct observed value of  $G_n(x)$ . **The changes produced are found to be in the right direction, but the magnitude of error is large.** The asymptotic results can, however, be usefully employed if (a) a rapid approximate answer is required: **the measurement of  $P_n(x)$  is time consuming**, or (b) if a very high harmonic needs adjustment, where the observations of the resonance are impossible.

The trumpet was driven by the automatic tuner described in the first section and the sound pressure was measured in two ways; using probe tubes inserted radially through holes in the bore at each centimetre of the instrument's length and using a long flexible probe drawn through the instrument. There was little variation between the results of either method and they are shown with the computed functions  $G_n(x)$  in Fig. 3.



The physical shape of a trumpet (not to scale) with  $P_n(x)$  and  $G_n(x)$  for selected modes.

*$G_n(x)$  bezieht sich auf eine lokale Querschnitt Erweiterungen.*

*Dieser Artikel ist für mich leider nicht sehr hilfreich, es fehlt mir an mathematischen Kenntnissen und Können um die Formeln und Zusammenhänge zu verstehen, dennoch für alle begnadeten Leser eventuell hilfreich und daher angefügt.*

## Differenzen physikalischer Experimente gegenüber Simulation / Berechnungen

Mögen die gefundenen und hier vorgestellten Berechnungen auf rein closed-open Zylinder zutreffen, und meine „alternativen“ Berechnungen sehr gut mit Plane-Wave Simulationen übereinstimmen, muß leider gesagt werden, daß Simulationen (jeglicher mir bisher bekannter Art) nicht das gefundene Magnitudenänderungspotential tatsächlicher physischer Experimente und Messungen an Blechblasinstrumenten abbilden.

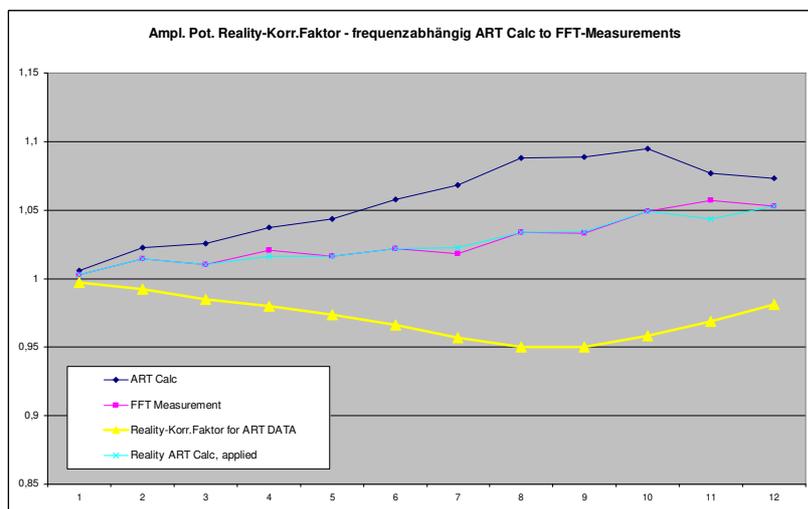
Teil #7 meiner Arbeit befasst sich mit den sehr unterschiedlichen Ergebnissen verschiedener Simulationsmodelle, sowohl Wellen-Modelle als auch Radiation Modelle, an ein und dem selben Versuchsobjekt (ART-Trompete).

Das gefundene Zin Magnituden Potential ist bei der Trompete und generell in der Praxis an Blechblasinstrumenten **wesentlich** geringer als bei Simulationen und Berechnung.

Speziell sehr starke und kurze Einengungen (Teil #7 Kugel und Bolzentests) liefern in der Simulation Werte, die in der Praxis bei weitem nicht erreicht werden. So muß es daher auch bei der Simulation der Mundstückseele im Fall des kompletten Instruments sein und diese somit stark überbewertet sein.

Die Wahl der Verluste ändert bei den Simulationsmodellen das Magnituden Potential. Generell kann gesagt werden um so höher der Verlustfaktor angegeben wird, desto geringer ist das Magnitudenpotential von Perturbationen. (Obwohl geringere Peak Magnituden und geringere Güte).

Es fehlt ein „Reality-Faktor“ zu  $q_0$  der bei Blechblasinstrumenten angewendet werden muß, die Korrektur korreliert invers  $\sim$  mit der Eingangsimpedanzkurve des Mundstücks.



So eine „Reality“-Faktor-Kurve muß künftig zur verwendeten ART-Simulation für ein realistisches Amplituden-Potential angewendet werden. Das entspricht bei V0 NT 8 – NT9 in etwa einer Halbierung des mit ART errechneten Potentials! (**Loss Faktor 1,33 bei ART Simulation**)

Es wurden hier nur Constrictions mit Std. Hülse bei Position  $\sim$  XM-PN verglichen.

Das inverse Verhalten bei Größenordnungen von  $\sim$  +10 / -10 % Durchmesseränderung ist feststellbar, bei extrem starken Perturbationen ebenfalls.

Das Pitch-Pot. ist in der Simulation speziell vertiefend überdimensioniert, allerdings stimmen auch Pitch-Nodes **nicht** mit der Simulation überein: **Alle odd Modes später**, **alle even Modes viel früher!**

Auch hier wurden nur Constrictions – bei XM-IN1 betrachtet und es muß auf die hohe Fehlerrate bei den physikalischen Messungen hingewiesen werden.

Generell scheint jegliche Auswirkung von Einengungen in der Berechnung und so auch bei der Plane Wave Simulation überdimensioniert. Da ich nicht vorhabe jetzt zylindrische experimentell mit Hülsen zu testen, kann ich nicht beurteilen wie stark Simulationen hier bereits abweichen. Eventuell gibt es in den verwendeten Formeln für Borejumps, bzw. sehr kurzen steilen konischen Übergängen einen Fehler der bisher nicht entdeckt wurde, es scheint aber ein generelles Problem mit der Modellierung der Radiation Impedanz und Verlusten generell zu geben.

Das bedeutet in der Praxis bei Blechblasinstrumenten: Die inverse Proportionalität greift weniger stark, weniger Pitch Pot. und Pitchversatz  $dn$ , geänderte „shared“ Pitch-Node Positionen, geringere Magnitudenänderungen (up und down) bei lokalen Perturbationen mit Constrictions. Bei Simulationen von Kugel und starken Einengungen verschieben sich Magnituden-Nodes nicht, bei (meinen) physikalischen Experimenten jedoch schon.

Enlargements zeigen beim Simulationsmodell Mapes-Riordan (Bias, Bios © Artim GmbH, Testversion) sogar mehr Potential als Constrictions, wobei hier zylindrische Abschnitte mit Plane Wave Formel berechnet werden, sonstige Segmente mit sphärischen Wellenmodell.

Die ermittelten Werte können also (leider) nicht 1:1 auf Blechblasinstrumente angewendet werden, zeigen aber die eine oder andere Ursache für bisher ungelöste Phänomene auf. Insgesamt bin ich mit Sideletter #3 und mir aber sehr zufrieden, das Verständnis verschiedener Vorgänge und vor allem das zu erwartende Änderungspotential konnte von mir nun nach vielen Jahren Forschungen und Fehlersuche formuliert werden, ebenso wie es zu den Abweichungen zwischen Constrictions und Enlargements kommt, warum odd/even Modes unterschiedliches Potential entwickeln und vieles mehr!

Speziell das Thema Magnituden Potential wurde versucht möglichst exakt zu analysieren und die mysteriösen Vorgänge dabei, speziell im Rohrabschnitt der letzten  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge – und davor aufzuarbeiten.

**Was ist lokal nach einem Druckbauch anders als vor einem Druckbauch?**

Vor- und rücklaufende Wellen bilden periodisch wechselnde Druck- und Flusszustände die als stehende Wellen bezeichnet werden, wenn die Knoten an der Achse sich nicht verschieben. Die zeitlichen Momentzustände werden als Phase einer harmonischen Schwingung bezeichnet. Gerade und ungerade Modes sind um 1/2 Periode = 180 Grad versetzt, dazwischen bei 90 Grad die Antiresonanzen, bei +/- 45 Grad = 1/8 Periode die RMS Werte = 0,785 Radiant. Maximale Resonanz wiederum ergibt sich, wenn Druck gegenüber dem Fluss um 1/4 Periode versetzt sind. An aufsteigenden Peak Flanken eilt Druck dem Fluss vor, an absteigenden Flanken nach.

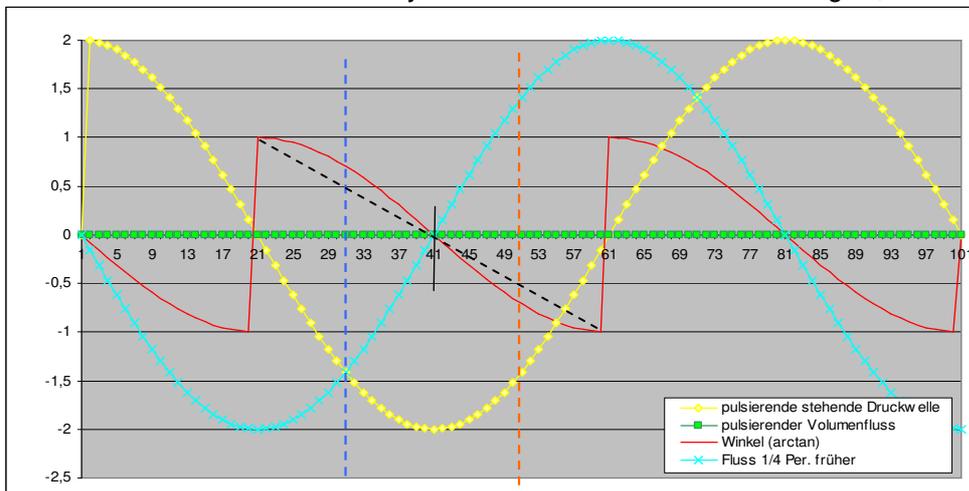
Durch die Randbedingungen = Flussknoten am geschlossenen Ende und Druckknoten am offenen Rohrende ergibt sich folgende Situation zwischen den Enden:

**Ungerade Resonanzmodes, zur Zeit t=0 maximaler Überdruck am geschlossenen Ende:**

Vor jedem Druckbauch einer stehenden Welle (Richtung geschlossenes Ende):  
 Druck- und Flusskurven haben jeweils gleiche Richtungen, abwechselnd odd/even: - /+.

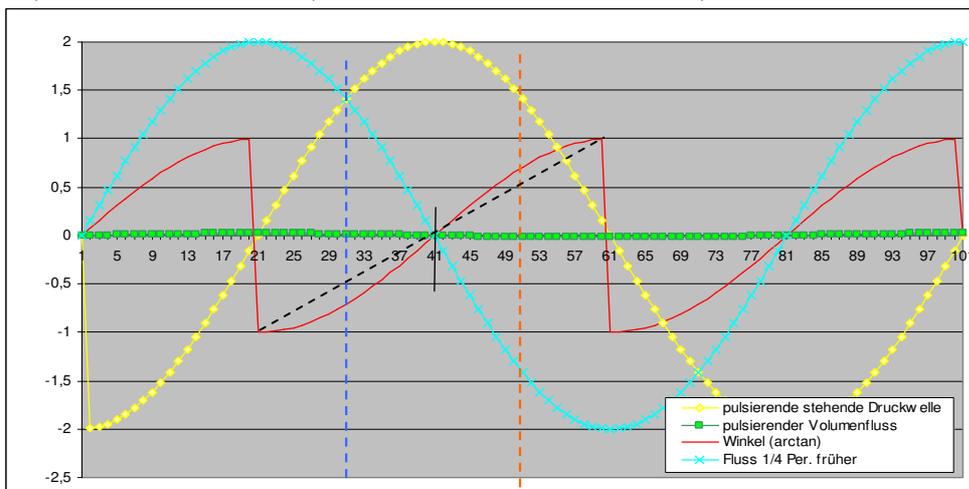
Nach jedem Druckbauch einer stehenden Welle:

Druck- und Flusskurven haben jeweils unterschiedliche Richtungen; Druck+ zu Fluss- und vs.



closed-open Zylinder

Mode 3, blau= vor einem Druckbauch, orange: nach einem Druckbauch, bei Periode t=0; 1,0; 2,0  
 +0,785 Rad = +45 Grad, +1/8 Periode oder WL = Pi/4, Winkel = Der Sinus des Winkels (IM/RE)



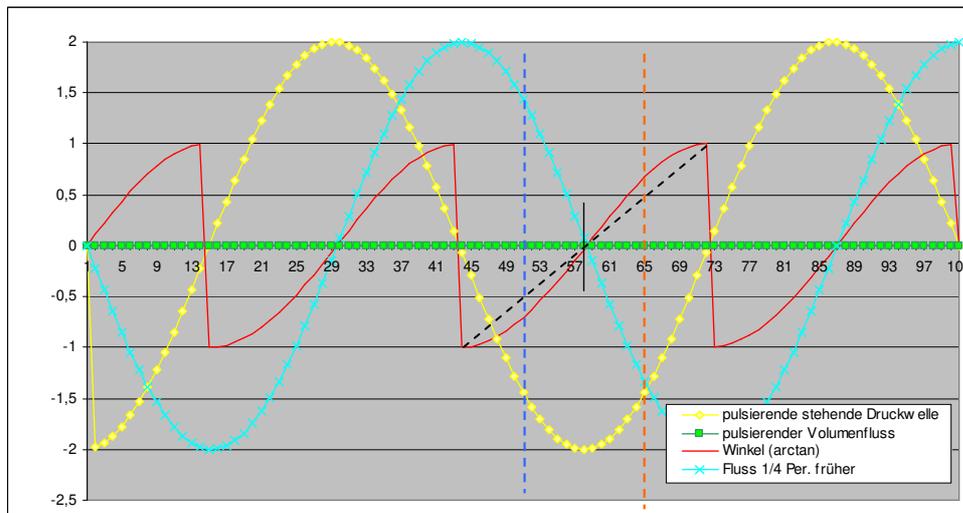
Mode #3, t=0,5; 1,5; usw. = eine halbe Schwingungsperiode später max. Unterdruck  
 -0,785 Rad = -45 Grad, -1/8 Periode oder WL = Pi/4, Winkel = Der Sinus des Winkels (IM/RE)

**Gerade Modes, zur Zeit t=0 max. Unterdruck am geschlossenen Ende:**

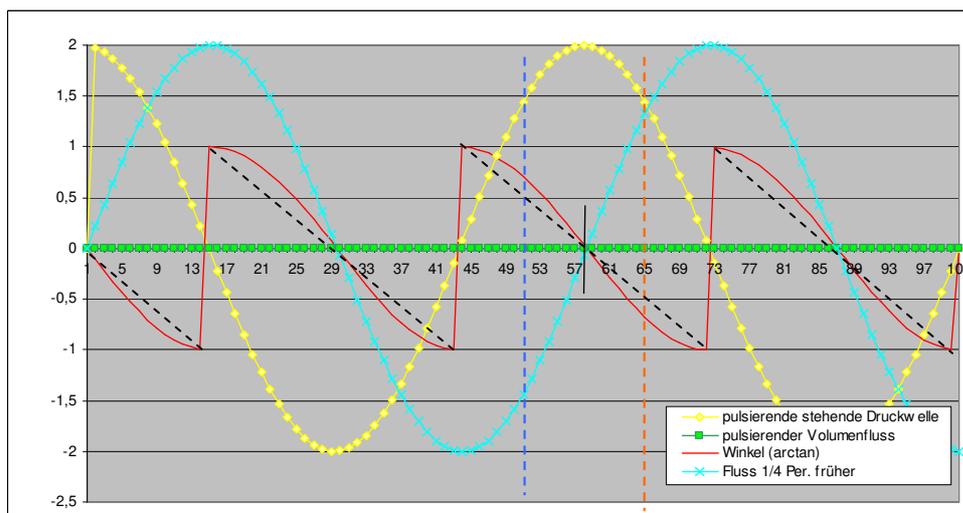
Nach jedem Druckbauch einer stehenden Welle:  
 Druck- und Flusskurven haben jeweils gleiche Richtungen, abwechselnd odd/even: - /+.

Vor jedem Druckbauch einer stehenden Welle:

Druck- und Flusskurven haben jeweils unterschiedliche Richtungen; Druck+ zu Fluss- und vs.



Mode #4, blau= vor einem Druckbauch, orange: nach einem Druckbauch, bei Periode  $t=0; 1,0; 2,0$   
 $-0,785 \text{ Rad} = -45 \text{ Grad}$ ,  $-1/8 \text{ Periode}$  oder  $WL = \pi/4$ ; Winkel = Der Sinus des Winkels (IM/RE)



Mode #4 bei Periode  $t=0,5; 1,5$ ; usw. = eine halbe Schwingungsperiode später max. Überdruck  
 $+0,785 \text{ Rad} = +45 \text{ Grad}$ ,  $+1/8 \text{ Periode}$  oder  $WL = \pi/4$ , Winkel = Der Sinus des Winkels (IM/RE)

Diese Eigenschaften erscheinen auf den ersten Blick nicht von Bedeutung. Wird allerdings der Querschnitt an einem lokalen Punkt verändert, ergibt sich eine geänderte Verteilung von Druck zu Fluss = Z im Rohr, und somit auch an den Enden.

Der Winkel  $\arctan(\text{Im}/\text{Re})$  steigt oder fällt von  $-\pi/2$  über 0 bis  $+\pi/2 = -90$  über 0 bis  $+90$  Grad. Betrachtet man die Winkel und unterstellt man, daß sich die Resonanzfrequenz an Punkten von Druckknoten, als auch Druckmaxima durch eine Perturbation am stärksten ändern, die Z Magnitude am Eingang jedoch nicht, ergibt sich eine Winkeldifferenz die an diesen Punkten gleich Null ist (schwarz strichliert), der lokale Sinuswert des Winkels (rot) ergibt an diesen Punkten 0 Abweichung und an den Positionen bei  $\pm 45$  Grad die stärksten Abweichungen.

Würde diese Winkelkurve um  $\pm 45$  Grad gedreht, wäre ihr Verlauf bei ungeraden Modes nach Druckknoten entgegen der Druckrichtung, bei geraden Modes in selber Richtung. An jedem Druckbauchmaxima ändert sich die Richtung (Winkelvorzeichen).

### Eine lokale Querschnittserweiterung vor einem Druckbauch/Flussknoten:

Hier stellt man fest, daß die Winkelabweichung immer in die Richtung zeigt, die auch die Druckkurve zu dieser Phase (Zeit) am Eingang zeigt.

Ist in dieser Phase am geschlossenen Ende Überdruck (positiv) und der Sinuswert positiv, addiert sich der Wert bei einer lokalen Erweiterung, das positive Druckpotential vor der Erweiterung wird größer, daß Verhältnis  $Z_{in} = \text{Druck zu Fluss}$  größer, die Impedanzmagnitude wird erhöht. Dieses Druckpotential fehlt nach der Erweiterung im Rohr.

Detto bei Phasen mit Unterdruck – und negativem Sinuswert: Das negative Druckpotential wird größer, das Verhältnis  $Z_{in}$  größer. Druckbäuche (als auch Knoten) sind wiederum Richtung offenes Ende abgeschwächt.

### Eine lokale Querschnittserweiterung nach einem Druckbauch/Flussknoten:

Es ist ein Faktum, daß in einer Phase (Zeitpunkt) mit Unterdruck am geschlossenen Ende das letzte Druckmaximum immer Überdruck ist, bei Überdruck am geschlossenen Ende ist es Unterdruck. Bei den Phasen der Flussrichtung ist es ebenso, jedoch vom offenen Ende aus betrachtet.

Nimmt man die Druckverlaufkurven und lokalen Sinuswerte der Winkel, dann stellt man fest, daß es bei einer Erweiterung nach einem Druckbauch daher genauso wirkt, hier sind allerdings die Sinuswerte immer im Vorzeichen vertauscht, eine Addition reduziert daher das Druckpotential am geschlossenen Ende, das Verhältnis  $\text{Druck zu Fluss} = Z_{in}$  ist reduziert, eine geringere Input Impedanzmagnitude das Resultat.

Ändert sich der Querschnitt invers zu einer Einengung ändert sich die Rechnung: Aus der Addition Druck am geschlossenen Ende + Sinus Wert lokal wird  $Z_{in} = \text{Druck} - \text{Sin}$ . Die Situation vor und nach einem Druckbauch ist daher spiegelbildlich vertauscht.

### Immer wo viel Pitch Pot. effektiv wirksam wird, da ist weniger Magn. Pot. und vs.

Wirksames globales Potential am geschlossenen Eingang gesamt = Pitch Pot + Manituden Pot.

Siehe Perturbations-Spiralen.

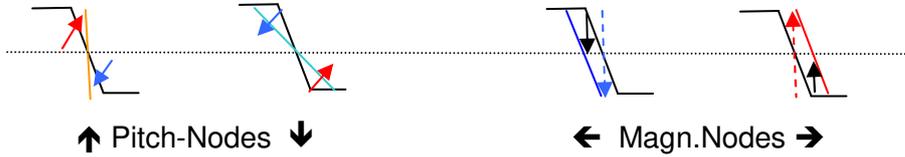
Schiebt man eine Perturbation Richtung offenes Ende durch ein Rohr:

Constr.:			Druck/Impedanz
vor DK	Pitchnode früher, dann <b>Versatz pass</b>	Magn. UP ^	Stau davor
Druckknoten:	constr. pot. down, <b>stärker*</b>	Magn. Node <-	
nach „-“	<b>Versatz pass</b> , dann später Pitchnode	Magn. down v	Stau danach
Druckbauch	constr. pot. up	Magn Node ->	
Enl.:			
vor DK	<b>Versatz pass</b> , Pitchnode später	Magn. DOWN v	Stau danach
Druckknoten:	enl. pot. up, <b>schwächer*</b>	Magn. Node ->	
nach „-“	Pitchnode <b>Versatz pass</b> später	Magn. UP ^	Stau davor
Druckbauch	enl pot down	Magn Node <-	

\* wenn  $-X = +X$  stark, abgeschwächt wenn selbe Durchmesseränderung (Hülse)  
wenn  $-X$  inv. proportional zu  $+X$ , wird das Pitch Pot vergleichbar, aber um  $q^2$  stärker down.

**Änderung Phasenwinkelversatz von Druck:Fluss am geschlossenen Ende**

Stark vereinfachte Skizze des Phasenwinkels Zin am Eingang. Bei 0 Grad Durchgang liegt maximale Resonanz vor, an aufsteigenden Peakflanken +Abweichung, an abfallenden Peakflanken -Abweichung (theor. jeweils bis zu max. 90 ° = Pi/2).



**Peak-Magnitude:**

**Nord** orange: höhere Magnitude  
**Süd** türkis: geringere Magnitude

**Peak-Frequenz:**

**West** blau: tiefere Frequ., selbe Magnitude  
**Ost** rot: höhere Frequ., selbe Magnitude

Druck zu Fluss muss hier in einem ausgewogen Verhältnis bestehen bleiben. Auf- und absteigende Peakflanken müssen gleichermaßen mit geändert werden, damit kein Frequenzversatz entsteht.

Der aktuelle Peakpunkt befindet sich nach einer Änderung an (blau) der abfallenden Peakflanke, ein Peakpunkt der aufsteigenden Flanke (blau) wird der Nulldurchgang, =geringere Resonanzfrequ. bei (rot) ergibt sich sinngemäß umgekehrt eine höhere Resonanzfrequenz nach der Änderung.

Perturbationen, die die oben dargestellten Änderungen am geschlossenen Ende hervorrufen:

orange: die Federsteifigkeit,  
 das Verhältnis Druck zu Fluss wird erhöht.  
 Wenn -X = +X (Constrictions sind dann stärker):

blau: Constriction Flussbauch oder Enl. Druckbauch  
 rot: Enlargement Flussbauch oder Constr. Druckbauch

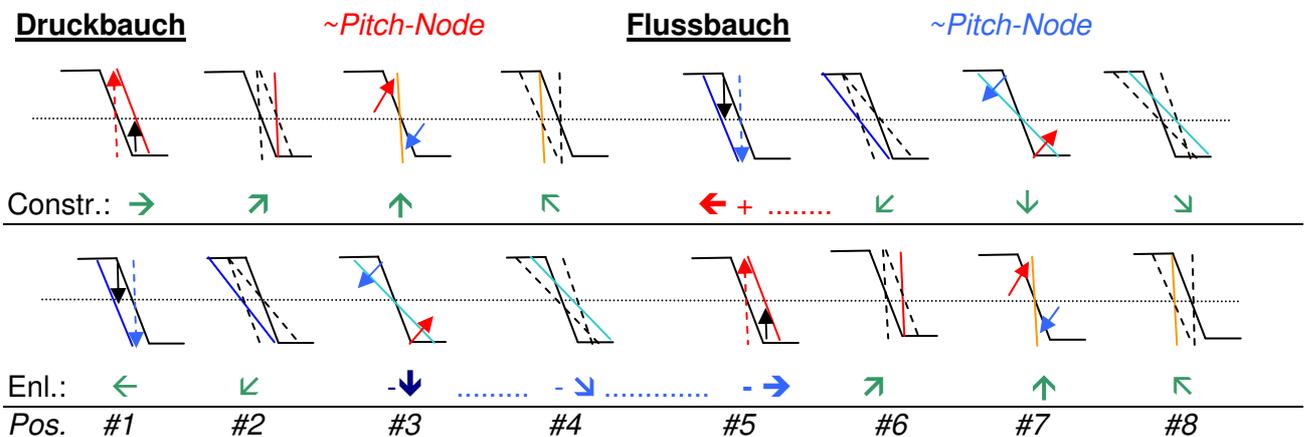
Constr. nach Druckbäuchen, Pot. UP  
 Enl. (nach Druckbäuchen) weniger Pot.DN  
 Magn.Pot. UP ~vergleichbar, stärker

Constrictions mehr Pot. DOWN an Flussbäuchen  
 Enlargements weniger Pot. UP an Flussbäuchen.  
 Pitch Pot. UP/DOWN an Druckbäuchen vergleichbar.

Man stellt fest, daß der bereits vorhandene Phasenwinkel eine erhebliche Einschränkung für das mögliche Änderungspotential darstellt. Obige Änderungen werden nur durchgangswise erreicht.

Die zeitliche Abfolge bei einer Constriction durch das Rohr geschoben, beginnend bei einem Druckbauch Maximum ist von Ost gegen den Uhrzeigersinn: O, NO, N, NW, W, SW, S, usw.

NO rot: höhere Magnitude, höhere Frequ. SO türkis: geringere Magnitude, höhere Frequ.  
 NW orange: höhere Magnitude, tiefere Frequ. SW blau: geringere Magnitude, tiefere Frequ.



Grün eingezeichnet Standard-Potential, Pitch = Geomittel,  
 rot+ höheres Potential Constrictions \*q0<sup>2</sup>, blau- geringeres Potential Enlargements \*1/q0<sup>2</sup>.

Beachtet man die Phasenänderung und die einzelnen Positionen #1-8, so erkennt man, daß bei #3 und #7 = XM-Pitch Nodes, der Phasenwinkel ziemlich konstant ist und zwischen Pos #2 - #4 bzw. Pos #6-#8 beinahe nur „vorbeigeschoben“ wird. Hier ist bei den Druck- und Flusskurven auch die geringste Änderung der Steigung von  $\sim \pm 1$ .

Allerdings nimmt das Magnitudenpotential mit Entfernung vom geschlossenen Ende ab. Magnitudenpotentialkurven erhalten dadurch eine „tropfenförmige“, abklingende Gestalt. Beachtet man den Abklingfaktor durch viskothermale Verluste, stellt man fest, daß dieser aber viel geringer als die Änderungen durch Perturbation ist.